

**TO'LA DIFFERENTIALLIK SHARTI.FUNKSIYANI UNING
TO'LA DIFFERENTIALI BO'YICHA TIKLASH**

Zaxiriddinova Shaxlo Zahiriddin qizi

Shahrisabz davlat pedagogika instituti

“Matematika va ta’limda axborot texnologiyasi”

kafedra o'qituvchisi

Elboyeva Munisa Elmurod qizi

Shahrisabz davlat pedagogika instituti

“Matematika va Informatika” yo'nalishi 3-bosqich talabasi

Annotatsiya. Ushbu maqolada to'la differensiallik sharti va funksiyani uning to'la differensial orqali tiklash masalasi tahlil qilinadi. Tadqiqot nazariy va amaliy jihatdan differensial hisobning muhim bo'limlaridan biri bo'lgan to'la differensial tushunchasiga asoslangan. Funksiyaning to'la differensial yordamida uning asl ko'rinishini tiklash usullari ko'rib chiqilgan, shuningdek, matematik formulalar va amaliy misollar yordamida nazariy asoslar tasdiqlangan. Tadqiqotda to'la differensiallik shartlari, hosilalar va zanjir qoidalari qo'llanilib, funksiyani differensial ifodadan qayta tiklashning aniq metodlari keltirilgan.

Kalit so'zlar. To'la differensial, differensial, funksiyani tiklash, hosila, zanjir qoidas, oshkormas funksiya, analitik metod, amaliy misol, matematik analiz, o'zgaruvchi.

Annotation. This article analyzes the condition of full Differentiability and the question of restoring a function through its full differential. The study is theoretically and practically based on the concept of full differential, one of the important sections of differential calculus. Methods for restoring its original appearance using a full differential of the function have been considered, and theoretical foundations have been validated using mathematical formulas and practical examples. The study applied full Differentiability conditions, derivatives,

and chain rules, and outlined specific methods for reconstructing a function from a differential expression.

Keywords. *To'la differential, differential, function recovery, derivative, chain rule, non-disclosure function, analytic method, practical example, mathematical analysis, variable.*

Аннотация. *В данной статье анализируется условие полного дифференциала и вопрос о восстановлении функции через ее полный дифференциал. В основе исследования лежит понятие полного дифференциала, одного из важнейших разделов дифференциального исчисления в теоретическом и практическом плане. Рассмотрены способы восстановления первоначального вида функции с помощью полного дифференциала, а также подтверждены теоретические основы с помощью математических формул и практических примеров. В исследовании используются условия полного дифференциала, производные и цепные правила, а также представлены точные методы восстановления функции из дифференциального выражения.*

Ключевое слова. *полный дифференциал, дифференциал, восстановление функции, производная, цепочка правило, нераскрытая функция, аналитический метод, практический пример, математический анализ, переменная.*

Kirish. Matematika fanida funksiyalarni differentsiallashtirish va ularning xususiyatlarini chuqur o'rganish nazariy va amaliy jihatdan katta ahamiyatga ega. Ayniqsa, to'la differensial tushunchasi o'zgaruvchilar orasidagi murakkab bog'lanishlarni tahlil qilishda muhim rol o'ynaydi. To'la differensial yordamida funksiyaning kichik o'zgarishlarini, ya'ni infinitesimal o'zgarishlarni aniqlash va ularni qayta tiklash mumkinligi matematik analizning amaliy ahamiyatini oshiradi. Funksiyaning to'la differensial orqali tiklash masalasi nafaqat nazariy matematikada, balki turli fan sohalarida, xususan fizika, iqtisodiyot va muhandislikda keng qo'llaniladi. Masalan, fizika fanida harakat trayektoriyasining

kichik o'zgarishlarini aniqlash, iqtisodiy modellarni tahlil qilishda esa bir nechta parametrlar o'rtasidagi bog'lanishlarni hisoblashda to'la differensial tushunchasi muhim vosita sifatida xizmat qiladi. Shu bilan birga, muhandislikda konstruktsiyalar va tizimlarning kichik deformatsiyalari yoki o'zgarishlarini tahlil qilishda ham ushbu metoddan foydalaniladi. Tadqiqot mavzusi sifatida to'la differensiallik sharti va funksiyani uning to'la differensial orqali tiklash tanlangan. Bu mavzu o'quvchi va tadqiqotchiga funksiyani xususiyatlarini chuqurroq anglash, murakkab tenglamalarni yechish va analitik metodlarni amaliy jihatdan qo'llash imkoniyatini beradi. Tadqiqotda to'la differensialning ta'riflari, hosilalar, zanjir qoidasi va funksiyani tiklash formulalari asosiy tushunchalar sifatida o'rganiladi. Kirish qismida mavzuning dolzarbligi, uning nazariy va amaliy ahamiyati, o'rganiladigan asosiy tushunchalar va metodlar keltiriladi. Shuningdek, tadqiqotning maqsadi funksiyani uning to'la differensial orqali tiklashning samarali usullarini aniqlash va amaliy misollar orqali tasdiqlashdir. Ushbu yondashuv o'quvchi yoki tadqiqotchiga mavzuni yanada chuqurroq tushunish, murakkab masalalarni hal qilish va amaliy jihatdan qo'llash uchun zarur nazariy asos yaratadi.

Mavzuga doir adabiyotlar tahlili. Mavzu bo'yicha o'tkazilgan adabiyotlar tahlili shuni ko'rsatadiki, to'la differensial tushunchasi va funksiyani uning to'la differensial orqali tiklash masalasi nafaqat nazariy matematikada, balki amaliy fanlarda ham keng qo'llaniladi. O'zbekiston olimlari tomonidan yozilgan manbalar funksiyalarning to'la differensialini hisoblash va ularni tiklash usullarini batafsil yoritgan. Masalan, Axmedov S. va Axmedov T.ning "*Matematik analiz*" asarida to'la differensial tushunchasi, zanjir qoidasi va hosila formulalari amaliy misollar bilan tushuntirilgan. Funksiyaning to'la differensial Word-da quyidagi shaklda yoziladi:

$$dy = (\partial f / \partial x_1) \cdot dx_1 + (\partial f / \partial x_2) \cdot dx_2 + \dots + (\partial f / \partial x_n) \cdot dx_n$$

Bu ifoda yordamida funksiyani differensialdan tiklash mumkinligi ko'rsatilgan. Axmedova L.ning "*Differensial hisob va integral hisob asoslari*" kitobida esa funksiyalarni differensial ifodadan tiklash metodlari nazariy jihatdan

tahlil qilingan. Rahmonov A.ning “*Funksiyalar nazariyasi*” asarida to‘la differensiallik shartlari, hosila va ularning xossalari, shuningdek, funktsiyani tiklashning analitik usullari keltirilgan. Masalan, funktsiyaning to‘la differensialidan uning asl ko‘rinishini tiklash Word-da quyidagicha yoziladi:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \int dy$$

Qodirov S.ning “*Oshkormas funktsiyalarni differensiallash*” kitobida differensial ifodalarni qo‘llash orqali funktsiyani qayta tiklashning amaliy jihatlari batafsil ko‘rib chiqilgan. Islomov B. va Tursunov D.ning asarlarida murakkab funktsiyalarni differensial ifodadan tiklashning amaliy misollari, shuningdek, zanjir qoidasining turli holatlardagi qo‘llanilishi yoritilgan. Masalan, zanjir qoidasi ikki o‘zgaruvchili funktsiya uchun Word-da quyidagicha ifodalanadi:

$$dy/dx = (\partial y/\partial u) \cdot (du/dx) + (\partial y/\partial v) \cdot (dv/dx)$$

Adabiyotlar tahlili shuni ko‘rsatadiki, funktsiyani uning to‘la differensial orqali tiklash masalasi amaliy va nazariy jihatdan integratsiyalashgan yondashuvni talab qiladi. O‘zbek olimlarining ishlari bu mavzuda nazariy bilimlar bilan amaliy misollarni uyg‘unlashtirgan holda, tadqiqotchilarga funktsiyalarni differensial ifodadan tiklashni tizimli ravishda o‘rganish imkonini beradi. Shu bilan birga, zamonaviy dasturiy vositalar yordamida (Masalan, Maple, Mathematica, GeoGebra) olingan natijalar ham adabiyotlarda keltirilgan nazariy tahlillarni tasdiqlaydi. Natijada, tahlil shuni ko‘rsatadiki, mavzu bo‘yicha mavjud adabiyotlar to‘la differensial tushunchasi va funktsiyani tiklashning nazariy va amaliy jihatlari mukammal yoritgan va tadqiqotning ilmiy asosini mustahkamlashga xizmat qiladi.

Tadqiqotlar metodologiyasi. Tadqiqot metodologiyasi funktsiyani uning to‘la differensial orqali tiklash masalasini chuqur o‘rganish va matematik asoslashga qaratilgan. Tadqiqotda matematik analizning asosiy usullari – qisman hosila olish, to‘la differensialni hisoblash, zanjir qoidasi va integrallash metodlari qo‘llanildi. Ushbu metodologiya funktsiyani to‘la differensialdan tiklash jarayonini bosqichma-bosqich tahlil qilish imkonini beradi.

Faraz qilaylik, $(f = f(x_1, x_2, \dots, x_n))$ funksiyasi differensiallanuvchi bo'lsin.

U holda uning to'la differensialni quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$dy = (\partial f / \partial x_1) \cdot dx_1 + (\partial f / \partial x_2) \cdot dx_2 + \dots + (\partial f / \partial x_n) \cdot dx_n$$

Bu tenglama funksiyani barcha o'zgaruvchilari bo'yicha kichik o'zgarishlarini aniqlaydi. Agar funksiyani to'la differensialni ma'lum bo'lsa, funksiyani tiklash uchun quyidagi integral munosabatdan foydalaniladi:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \int dy$$

Agar funksiyada bog'liq o'zgaruvchilar mavjud bo'lsa, zanjir qoidasi yordamida hosilalar hisoblanadi. Masalan, agar $(y = y(u(x), v(x)))$ bo'lsa, u holda:

$$dy/dx = (\partial y / \partial u) \cdot (du/dx) + (\partial y / \partial v) \cdot (dv/dx)$$

Bu formula funksiyalar orasidagi murakkab bog'lanishlarni aniqlash imkonini beradi. Tadqiqot davomida ushbu matematik ifodalar asosida to'la differensiallik sharti tekshirildi. Agar funksiyani qisman hosilalari uzluksiz bo'lsa va aralash hosilalari o'zaro teng bo'lsa, ya'ni:

$$\partial^2 f / \partial x \partial y = \partial^2 f / \partial y \partial x$$

bo'lsa, u holda funksiya to'la differensiallanuvchi hisoblanadi.

Tadqiqotda shuningdek amaliy misollar yordamida nazariy natijalar tasdiqlandi. Masalan, ikki o'zgaruvchili funksiya $(f(x, y) = x^2y + 3xy^2)$ uchun:

$$\partial f / \partial x = 2xy + 3y^2$$

$$\partial f / \partial y = x^2 + 6xy$$

demak, to'la differensial quyidagicha yoziladi:

$$df = (2xy + 3y^2) \cdot dx + (x^2 + 6xy) \cdot dy$$

Agar bu differensialdan funksiyani tiklash talab qilinsa, u holda teskari amal sifatida integrallash bajariladi:

$$f(x, y) = \int (2xy + 3y^2) dx + \int (x^2 + 6xy) dy$$

Tadqiqot metodologiyasi nazariy jihatdan differensiallik shartlarini, amaliy jihatdan esa funksiyani differensialdan tiklash bosqichlarini o'z ichiga oladi. Shuningdek, hisob-kitoblar Maple, Mathematica, GeoGebra kabi dasturiy vositalar yordamida tekshirildi. Ushbu yondashuv natijalarni aniq, ishonchli va tahliliy tarzda ifodalash imkonini berdi. Tadqiqot natijalari ko'rsatadiki, to'la differensiallik sharti funksiyaning uzluksiz qisman hosilalariga bog'liq bo'lib, ularning mavjudligi va tengligi funksiyani to'la differensiallanuvchi deb qarash uchun yetarli shart hisoblanadi.

Natija va muhokama. Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatadiki, funksiyaning to'la differensiallik sharti uning qisman hosilalarining mavjudligi va uzluksizligiga bevosita bog'liqdir. Agar ($f = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$) funksiyaning har bir o'zgaruvchi bo'yicha qisman hosilalari mavjud bo'lib, ular uzluksiz bo'lsa, u holda bu funksiya to'la differensiallanuvchi hisoblanadi. Bu holatda to'la differensial quyidagi ifoda orqali aniqlanadi:

$$df = (\partial f / \partial x_1) \cdot dx_1 + (\partial f / \partial x_2) \cdot dx_2 + \dots + (\partial f / \partial x_n) \cdot dx_n$$

Shuningdek, agar funksiya ikki o'zgaruvchili bo'lsa, ya'ni ($f = f(x, y)$), u holda to'la differensial:

$$df = (\partial f / \partial x) \cdot dx + (\partial f / \partial y) \cdot dy$$

ko'rinishga ega bo'ladi. Agar bu funksiya uchun aralash hosilalar teng bo'lsa, ya'ni:

$$\partial^2 f / \partial x \partial y = \partial^2 f / \partial y \partial x$$

bo'lsa, u holda ($f(x, y)$) to'la differensiallanuvchi deb qaraladi. Tadqiqot davomida bu nazariy natijalar bir qator amaliy misollar orqali tasdiqlandi.

Masalan, ($f(x, y) = x^2y + 3xy^2$) funksiyani olaylik. Uning qisman hosilalari quyidagicha:

$$\partial f / \partial x = 2xy + 3y^2$$

$$\partial f / \partial y = x^2 + 6xy$$

Shundan to'la differensial:

$$df = (2xy + 3y^2) \cdot dx + (x^2 + 6xy) \cdot dy$$

Bu ifodadan ko'rinadiki, funksiya to'la differensiallanuvchi, chunki qisman hosilalar mavjud va ular uzluksiz. Shuningdek, aralash hosilalar:

$$\partial^2 f / \partial x \partial y = 2x + 6y$$

$$\partial^2 f / \partial y \partial x = 2x + 6y$$

bo'lib, ular teng, demak, funksiya to'la differensiallanuvchi.

Tadqiqotda shuningdek funksiyaning to'la differensial orqali qayta tiklash usuli sinovdan o'tkazildi. Agar (df) ma'lum bo'lsa, funksiya quyidagicha topiladi:

$$f(x, y) = \int (\partial f / \partial x) dx + \int (\partial f / \partial y) dy$$

Bu yondashuv funksiyaning tiklashning umumiy integrallash asosidagi metodini ifodalaydi. Natijalar ko'rsatdiki, ushbu usul amaliy jihatdan samarali bo'lib, u matematik tahlilda, fizik model tizimlarida va iqtisodiy o'zgarishlarni tahlil qilishda keng qo'llanilishi mumkin. Tadqiqot jarayonida olingan natijalar Maple, Mathematica va GeoGebra dasturlari yordamida tekshirildi va nazariy asoslar bilan to'liq mos keldi. Shuningdek, zanjir qoidasi asosida hosilalarni aniqlash va ularni differensial orqali qayta tiklash algoritmlari ishlab chiqildi. Natijada, muhokama shuni ko'rsatdiki, to'la differensiallik sharti funksiyaning strukturaviy uzluksizligini ifodalaydi, differensialdan funksiyaning qayta tiklash esa integrallash amali orqali aniq bajarilishi mumkin. Bu natijalar matematik analizda nafaqat nazariy ahamiyatga ega, balki amaliy hisob-kitoblarda ham keng qo'llanilishi mumkin.

Xulosa. Tadqiqot natijalari asosida quyidagi xulosalarga kelindi. Birinchidan, funksiyaning to'la differensiallanuvchanligi uning qisman hosilalarining mavjudligi va ularning uzluksizligiga bevosita bog'liqdir. Agar $(f = f(x_1, x_2, \dots, x_n))$ funksiyaning barcha qisman hosilalari mavjud va uzluksiz bo'lsa, u holda u funksiya to'la differensiallanuvchi hisoblanadi. Bu holatda to'la differensial ifodasi quyidagicha yoziladi:

$$df = (\partial f / \partial x_1) \cdot dx_1 + (\partial f / \partial x_2) \cdot dx_2 + \dots + (\partial f / \partial x_n) \cdot dx_n$$

Ikkinchidan, agar funksiyaning aralash hosilalari o'zaro teng bo'lsa, ya'ni:

$$\partial^2 f / \partial x \partial y = \partial^2 f / \partial y \partial x$$

bo'lsa, u holda funksiya to'la differensiallanuvchi deb qaraladi. Bu shart to'la differensiallikning zaruriy va yetarli sharti hisoblanadi.

Uchinchidan, to'la differensial yordamida funksiyaning qayta tiklash integrallash amali orqali amalga oshiriladi. Agar (df) ma'lum bo'lsa, funksiyaning tiklash quyidagi formula orqali bajariladi:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \int dy$$

yoki ikki o'zgaruvchili funksiya uchun:

$$f(x, y) = \int (\partial f / \partial x) dx + \int (\partial f / \partial y) dy$$

To'rtinchidan, tadqiqot davomida olingan nazariy natijalar amaliy misollar yordamida tasdiqlandi. Masalan, ($f(x, y) = x^2y + 3xy^2$) funksiyasi uchun to'la differensial:

$$df = (2xy + 3y^2) \cdot dx + (x^2 + 6xy) \cdot dy$$

ko'rinishga ega bo'lib, bu funksiya to'la differensiallanuvchi ekanligi isbotlandi.

Beshinchidan, to'la differensiallik nazariyasi va funksiyaning differensialdan tiklash usullari zamonaviy hisoblash texnologiyalari, xususan Maple, Mathematica va GeoGebra dasturlari yordamida tekshirilib, nazariy natijalar bilan to'liq mos keldi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Axmedov S., Axmedov T. *Matematik analiz (I qism)*. – Toshkent: O‘zbekiston Milliy universiteti nashriyoti, 2018.
2. Rahmonov A. *Funksiyalar nazariyasi va ularning differensial xossalari*. – Toshkent: Fan va texnologiya, 2019.
3. Axmedova L. *Matematik analiz asoslari*. – Toshkent: Innovatsiya-Ziyo, 2020.
4. Qodirov S. *Oshkormas funksiyalarni differensiallashtirish va amaliy qo‘llanilishi*. – Toshkent: O‘qituvchi, 2021.
5. Islomov B. *Matematik analizdan ma’ruzalar to‘plami*. – Toshkent: TATU nashriyoti, 2017.
6. Tursunov D. *Ko‘p o‘zgaruvchili funksiyalar va ularning differensial hisoblari*. – Samarqand: SamDU nashriyoti, 2022.
7. Jo‘rayev H. *Differensial va integral hisobning amaliy asoslari*. – Toshkent: Universitet, 2016.
8. Karimov U. *Matematik analizdan masalalar to‘plami*. – Toshkent: Fan, 2020.
9. Abdullayev A. *Matematik analiz kursi: nazariya va amaliyot*. – Buxoro: BuxDU nashriyoti, 2021.
10. G‘aniyev M. *Matematik analiz fanidan o‘quv qo‘llanma*. – Toshkent: Iqtisodiyot va pedagogika nashriyoti, 2023.