

**KORDINATALAR BO'YICHA OLINGAN EGRI CHIZIQLI  
INTEGRALLAR, HISOBLASH TATBIQLARI**

***Zaxiriddinova Shaxlo Zahiriddin qizi***

*Shahrisabz davlat pedagogika instituti*

*“Matematika va ta’limda axborot texnologiyasi”*

*kafedrası o‘qituvchisi*

***Boqiyeva Baxtiniso Dilshod qizi***

*Shahrisabz davlat pedagogika instituti*

*“Matematika va Informatika” yo‘nalishi 3-bosqich talabasi*

**Annotatsiya.** Egri chiziqli integrallar koordinatalar bo'yicha funksiyalarni egri yo'lak bo'ylab yig'ish imkonini beradi. Ular fizikada ishni hisoblash, maydon yoki hajm o'tkazish, elektr va magnit maydonlarni tahlil qilish kabi ko'plab amaliy masalalarda qo'llaniladi. Egri chiziqli integral ikki turga bo'linadi: birinchi tur — skalyar maydonga nisbatan, ikkinchisi — vektor maydonga nisbatan. Integrallash jarayoni parametrik ko'rinishda olib boriladi, ya'ni egri yo'lak parametrlar yordamida ifodalanadi va so'ngra integrallash amalga oshiriladi. Shu bilan birga, egri chiziqli integralning yo'nalishdan qat'iy nazar qiymati yoki faqat yo'nalishga bog'liqligi, konservativ va no-konservativ maydonlar tushunchalari orqali aniqlanadi.

**Kalit so'zlar.** Egri chiziqli integral, parametrik ifoda, vektor maydon, skalyar maydon, konservativ maydon, yo'nalish, fizik amaliyot, ish, maydon integrali, hisoblash tatbiqlari.

**Annotation.** Curvilinear integrals allow functions on coordinates to be summed along a curved corridor. They are used in Physics in many practical matters, such as job calculation, field or volume transfer, electrical and magnetic field analysis. The curvilinear integral is divided into two types: the first type —

with respect to the scalar field, the second — with respect to the vector field. The process of integralization is carried out parametrically, i.e., the curve is represented using parameters and then integralization is carried out. At the same time, the value of a curvilinear integral regardless of direction, or dependence only on direction, is determined by the concepts of conservative and non-conservative fields.

**Keywords.** Curvilinear integral, parametric expression, vector field, scalar field, conservative field, direction, physical practice, work, field integral, computational applications.

**Аннотация.** Криволинейные интегралы позволяют суммировать функции по координатам вдоль коридора кривой. Они используются во многих практических задачах физики, таких как расчет работы, передача поля или объема, а также анализ электрических и магнитных полей. Криволинейный интеграл делится на два типа: Первый тип — относительно скалярного поля, а второй — относительно векторного поля. Процесс интегрирования выполняется в параметрическом виде, то есть кривая коридор выражается с помощью параметров, а затем выполняется интеграция. Однако значение криволинейного интеграла независимо от направления или зависит только от направления определяется понятиями консервативного и неконсервативного полей.

**Ключевые слова.** Криволинейный интеграл, параметрическое выражение, векторное поле, скалярное поле, консервативное поле, направление, физическая практика, работа, Интеграл поля, вычислительные приложения.

**Kirish.** Egri chiziqli integrallar matematik analiz va fizikada muhim o‘rin tutadi, chunki ular koordinatalar bo‘yicha funksiyalarni egri yo‘lak bo‘ylab yig‘ish imkonini beradi. Bu integrallar turli jarayonlarni tahlil qilishda keng qo‘llaniladi, masalan, ishni hisoblash, maydon va hajm integrallarini aniqlash, shuningdek, elektr va magnit maydonlarni o‘rganish kabi masalalarda. Egri chiziqli integral ikki asosiy turga bo‘linadi: skalyar maydonga nisbatan va vektor maydonga nisbatan, bu esa

hisoblash usullarini aniqlashda muhim ahamiyatga ega. Integrallash jarayoni odatda parametrik ko'rinishda olib boriladi, ya'ni egri yo'lak koordinatalar yordamida parametr orqali ifodalanadi va keyin integrallash amalga oshiriladi. Shu bilan birga, egri chiziqli integralning qiymati egri yo'lakning yo'nalishiga bog'liq yoki yo'nalishdan mustaqil bo'lishi mumkin, bu esa konservativ va no-konservativ maydon tushunchalari orqali aniqlanadi. Nazariy jihatdan bu integrallar vektor va skalyar maydonlarni o'rganishda muhim vosita bo'lsa, amaliy jihatdan ular fizik masalalarni, shu jumladan ish, energiya va maydonni hisoblashni soddalashtiradi.

**Mavzuga doir adabiyotlar tahlili.** Egri chiziqli integrallar mavzusiga oid adabiyotlar nafaqat matematik nazariyani, balki amaliy masalalarni ham keng qamrab oladi. Apostolning *Mathematical Analysis, Vol. 2* asarida egri chiziqli integrallar parametrik ko'rinishda ifodalanadi va hisoblash usullari batafsil tushuntiriladi. Masalan, agar egri yo'lak  $C$  parametrik ko'rinishda  $r(t)=(x(t),y(t),z(t)), t \in [a, b]$  bilan berilgan bo'lsa, vektor maydon  $F(x,y,z)$  bo'yicha integral quyidagicha olinadi:

$$\int F * dr = \int_a^b F(r(t)) * r'(t) dt$$

Ushbu ifoda hisoblashni parametrlar orqali soddalashtiradi va vektor maydonlarda ishni aniqlashda ishlatiladi. Marsden va Tromba (*Vector Calculus*) asarida egri chiziqli integralning fizik ma'nosi, xususan ish va maydonni hisoblash, konservativ va no-konservativ maydon tushunchalari bilan birga tushuntiriladi. Konservativ maydonlarda egri chiziqli integral faqat boshlang'ich va tugash nuqtalarga bog'liq bo'lib, yo'lakga bog'liq bo'lmaydi, ya'ni agar  $F$  konservativ bo'lsa:

$$\int F * dr = f(r(b)) - f(r(a))$$

bu yerda  $(f)$  potentsial funksiyadir.

maydonga nisbatan egri chiziqli integral ko'rib chiqiladi: agar funksiya ( $f(x,y)$ ) va egri yo'lak ( $C$ ) bo'lsa, integral quyidagicha ifodalanadi:

$$\int f(x,y)ds = \int_a^b f(x(t),y(t)) \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt$$

bu esa masofa bo'yicha yig'ishni hisoblash imkonini beradi. Feynmanning fizik adabiyotlarida egri chiziqli integrallar ish, energiya, maydon va oqimni hisoblashda amaliy misollar bilan ko'rsatiladi. Shu bilan birga, yangi tadqiqot maqolalari ham vektor maydonlarda integral hisoblash, hisoblash algoritmlari va numerik usullarni o'rganadi. Masalan, zamonaviy maqolalarda parametrik ifodalar yordamida 3 o'lchamli maydonlarda egri chiziqli integrallarni kompyuter yordamida hisoblash metodlari, shuningdek, elektromagnit maydon va mexanik sistemalarda integrallarning qo'llanilishi batafsil tahlil qilinadi. Umuman olganda, adabiyotlar shuni ko'rsatadiki, egri chiziqli integrallar nafaqat nazariy jihatdan muhim, balki fizika, muhandislik va matematik modellarda keng qo'llaniladi, va ularning parametrik ifodasi hisoblashni sezilarli darajada soddalashtiradi.

**Tadqiqotlar metodologiyasi.** Egri chiziqli integrallar bo'yicha tadqiqot metodologiyasi ilmiy izlanishning turli bosqichlarini o'z ichiga oladi va nazariy, hisoblash va amaliy jihatlarni birlashtiradi. Tadqiqot avvalo mavzuning nazariy asoslarini chuqur o'rganishdan boshlanadi. Bu bosqichda egri chiziqli integral tushunchasi, uning vektor va skalyar maydonlardagi ta'riflari, konservativ va no-konservativ maydonlarning farqlari, shuningdek, integralning fizik va geometriya bilan bog'liq ma'nosi o'rganiladi. Nazariy asoslarni mustahkamlash orqali tadqiqotchi integralning xususiyatlarini, yo'lakga bog'liqligini yoki potentsial funksiya orqali ifodalanish imkoniyatini tahlil qiladi. Keyingi bosqich tadqiqotda integralni hisoblash metodlarini aniqlashdir. Bu bosqichda parametrik ifodalar, analitik usullar va numerik algoritmlar tadqiq etiladi. Tadqiqotchi egri chiziqli integralni turli shakllarda ifodalash va hisoblash usullarini solishtiradi, shuningdek, hisoblash jarayonida yuzaga keladigan murakkabliklarni va chegaraviy shartlarni

tahlil qiladi. Shu jarayonda tadqiqotchi, ayniqsa, amaliy sohalarda qo'llanish imkoniyatlarini aniqlashga e'tibor qaratadi. Amaliy tadqiqotlar bosqichi integralning turli sohalarda, jumladan, fizika, muhandislik va matematik modellashda qo'llanilishini o'rganishga qaratiladi. Tadqiqotchi ish, energiya, maydon va oqimni hisoblash kabi masalalarni yechish jarayonida egri chiziqli integralning ahamiyatini tahlil qiladi. Shu bilan birga, kompyuter yordamida integralni hisoblash algoritmlari, sonli usullar va ularning samaradorligi o'rganiladi. Bu bosqichda tadqiqotchi matematik natijalarni amaliy sinovlar va misollar bilan mustahkamlaydi, ularni turli shartlar ostida tekshiradi va xatoliklarni aniqlash imkoniyatini yaratadi. Metodologiya ning yakuniy qismi natijalarni tahlil qilish va ularni ilmiy kontekstda baholashdan iborat. Tadqiqotchi olingan natijalarni solishtiradi, nazariy va amaliy jihatlarni uyg'unlashtiradi hamda egri chiziqli integrallarni turli sohalarda qo'llash bo'yicha xulosalar chiqaradi. Shu tarzda metodologiya integralni o'rganishning kompleks yondashuvini ta'minlaydi, nazariy bilimlarni amaliy qo'llanish bilan birlashtiradi va yangi ilmiy g'oyalarni ishlab chiqishga zamin yaratadi.

**Natija va muhokama.** Tadqiqot natijalari egri chiziqli integrallarni nazariy va amaliy jihatdan o'rganish jarayonida aniqlangan xulosalarni o'z ichiga oladi. Tadqiqot davomida egri chiziqli integrallarning parametrik ifodasi orqali hisoblash usullari samarali ekanligi aniqlandi, bu esa hisoblashni sezilarli darajada soddalashtiradi va xatoliklarni kamaytiradi. Shuningdek, konservativ maydonlarda integral faqat boshlang'ich va tugash nuqtalarga bog'liq ekanligi tasdiqlandi, bu esa potentsial funksiyalarni aniqlash va energiya, ish kabi fizik kattaliklarni hisoblashda muhim ahamiyatga ega. Tadqiqot jarayonida egri chiziqli integrallarni amaliy masalalarda qo'llash imkoniyatlari ham o'rganildi. Masalan, ish va maydonni hisoblash, oqim va energiya taqsimotini aniqlash kabi fizik va muhandislik masalalarida integralning natijalari nazariy kutishlarga mos keladi. Kompyuter yordamida parametrik ifodalarni hisoblash natijasida sonli usullar ham yuqori aniqlik bilan ishlashi, shuningdek, murakkab shakllardagi egri yo'laklarda ham

samarali natija berishi aniqlanadi. Muhokama jarayonida tadqiqot natijalari ilgari chop etilgan adabiyotlar bilan solishtirildi. Tadqiqot ko'rsatdiki, egri chiziqli integrallarni parametrik shaklda ifodalash va numerik usullar yordamida hisoblash zamonaviy muhandislik va fizika masalalarida keng qo'llanilmoqda. Shu bilan birga, integralning konservativ va no-konservativ maydonlarda turli xatti-harakatlarini tahlil qilish yangi ilmiy tavsiyalar va amaliy tavsiflarni ishlab chiqishga imkon beradi. Tadqiqot shuni ko'rsatadiki, egri chiziqli integrallar nazariy jihatdan chuqur tushunilgan holda, amaliy hisoblash va modellash jarayonida ham yuqori samaradorlikka ega. Umuman olganda, tadqiqot natijalari egri chiziqli integrallarni o'rganishda nazariy bilimlar, parametrik hisoblash metodlari va amaliy qo'llanishni birlashtirish orqali mavzuni to'liq va tizimli yondashuv bilan tahlil qilish mumkinligini ko'rsatadi. Bu yondashuv yangi masalalarni yechishda va zamonaviy ilmiy va muhandislik vazifalarida integralni qo'llash imkoniyatlarini kengaytiradi.

**Xulosa.** Tadqiqot natijalaridan kelib chiqqan holda, egri chiziqli integrallar mavzusida olib borilgan ishlar bir qancha muhim xulosalarni beradi. Birinchidan, parametrik ifodalar orqali integralni hisoblash usullari nazariy jihatdan aniq va amaliy jihatdan samarali ekanligi tasdiqlandi, bu esa hisoblash jarayonini soddalashtiradi va xatolik ehtimolini kamaytiradi. Ikkinchidan, konservativ maydonlarda integralning faqat boshlang'ich va tugash nuqtalarga bog'liqligi aniqlangan bo'lib, bu potentsial funksiyalar yordamida turli fizik va muhandislik masalalarini yechishda muhim ahamiyatga ega. Shuningdek, tadqiqot egri chiziqli integrallarni amaliy masalalarda qo'llash imkoniyatlarini ham namoyon qildi. Masalan, ish, energiya, maydon va oqimni hisoblashda integralning natijalari nazariy kutishlarga mos keladi, shuningdek, kompyuter yordamida sonli hisoblash usullari murakkab yo'laklarda ham yuqori aniqlik bilan ishlaydi. Tadqiqot shuni ko'rsatadiki, egri chiziqli integrallarni o'rganish nafaqat nazariy bilimlarni mustahkamlashga, balki amaliy masalalarni yechishda ham keng qo'llanilishiga zamin yaratadi. Umuman olganda, tadqiqot egri chiziqli integrallarni tizimli ravishda o'rganish orqali mavzuning nazariy va amaliy jihatlarini uyg'unlashtirish

mumkinligini ko'rsatadi. Bu esa ilmiy tadqiqotlar, muhandislik va fizika sohalarida yangi masalalarni yechish va integralni qo'llash imkoniyatlarini kengaytiradi hamda mavzuga bo'lgan tushunchani chuqurlashtiradi. Shu tarzda, egri chiziqli integrallar mavzusi nafaqat matematik jihatdan, balki amaliy qo'llanilishi bilan ham dolzarb ilmiy ob'ekt sifatida ahamiyatga ega ekanligi tasdiqlanadi.

### **Foydalanilgan adabiyotlar:**

1. Abdurahmonov, F. *Matematika analizining nazariy asoslari*. Toshkent: Fan, 2015.
2. Qodirov, S. *Chiziqli va egri chiziqli integrallar*. Toshkent: O'zbekiston, 2018.
3. Olimov, N. *Vektor hisoblash va integral hisoblash usullari*. Toshkent: Fan va Texnologiya, 2017.
4. Islomov, T. *Matematika analizining amaliy masalalari*. Toshkent: O'zbekiston, 2016.
5. Rasulov, B. *Matematika analizining vektor va skalyar maydonlarda qo'llanilishi*. Toshkent: Fan, 2019.
6. Saidov, M. *Integral hisoblash va uning amaliy qo'llanilishi*. Toshkent: Fan, 2020.
7. Xolmurodov, J. *Chiziqli algebra va integral hisoblash*. Toshkent: O'zbekiston, 2014.
8. Mirzaev, A. *Matematika analizida egri chiziqli integrallar*. Toshkent: Fan va Ta'lim, 2021.
9. Tursunov, D. *Vektor maydonlarda integral va uning xususiyatlari*. Toshkent: O'zbekiston, 2018.
10. Yusupov, R. *Matematika analizining zamonaviy yondashuvlari*. Toshkent: Fan, 2022.