

**UMUMLASHGAN FRIDRIXS MODELINING KVADRATIK
SONLI TASVIRINI TADQIQ QILISH**

Aziza Xalilova Shuxratovna

Osiyo Xalqaro Universiteti

Buxoro filiali 1-kurs magistratura talabasi

Annotatsiya: *Ushbu tezisda Umumlashgan Fridriks modelining kvadratik sonli tasvirini tadqiq qilish masalasi ilmiy nuqtai nazardan tahlil qilinadi. Tadqiqot jarayonida Fridriks modeli asosida tizim parametrlarini kvadratik sonlar yordamida ifodalash, ularning o'zaro bog'liqligi va barqarorlik nuqtalari aniqlanadi. Tadqiqotning maqsadi murakkab jarayonlarni matematik modellashtirish orqali prognoz qilish va amaliy natijalarni aniqlash. Ishda kvadratik sonli tizimlar yordamida olingan natijalar sirt tasvirlari va matematik ifodalar orqali yoritilgan, bu esa ilmiy tadqiqotning aniqligi va tushunarligini oshiradi. Tadqiqot natijalari turli sohalarda, jumladan iqtisodiyot, transport va texnologik tizimlarda optimal yechimlarni ishlab chiqishda qo'llanilishi mumkin.*

Kalit so'zlar: *fridriks modeli, kvadratik sonli tizim, matematik modellashtirish, kompleks jarayonlar, barqarorlik nuqtasi, sirt tasviri, prognoz qilish.*

Matematika va fizika fanlarida turli differensial tenglamalar va ularning modellashtirish usullari murakkab jarayonlarni tahlil qilishda muhim vosita hisoblanadi. Shu jumladan, Fridriks modeli keng qo'llaniladigan matematik modellar qatoriga kiradi. Ushbu model asosan ko'p komponentli tizimlarda energiya, harorat, yoki boshqa fizik-kimyoviy o'zgaruvchilar tarqalishini ifodalashda qo'llaniladi.

Fridriks modelining klassik shakli ko'p hollarda chiziqli bo'lsa-da, real hayotiy tizimlarda noxizizlik va kvadratik ta'sirlarni hisobga olish zaruriyati mavjud. Shu sababli, umumlashgan Fridriks modeli (UFM) kvadratik sonli tasvir

orqali tadqiq qilinadi, bu esa tizimning dinamik xatti-harakatlarini aniqroq ifodalashga imkon beradi.

Ushbu tadqiqotning asosiy maqsadi umumlashgan Fridriks modelini kvadratik sonli tasvir yordamida tahlil qilish, uning barqarorlik sharoitlarini aniqlash, va parametrlarning tizim xatti-harakatiga ta'sirini ko'rsatishdir. Tadqiqot quyidagi vazifalarni o'z ichiga oladi:

1. Fridriks modelining umumlashgan shaklini matematik jihatdan ifodalash;
2. Kvadratik sonli tasvir (quadratic representation) yordamida modelni tahlil qilish metodlarini ishlab chiqish;
3. Tizim barqarorligini va o'zgaruvchan parametrlar ta'sirini o'rganish;
4. Nazariy natijalarni amaliy misollar bilan tasdiqlash.

Mazkur tadqiqot natijalari nafaqat matematik modellashtirishda, balki fizik, kimyoviy va iqtisodiy tizimlarning murakkab xatti-harakatlarini tushunishda ham muhim ahamiyatga ega.

Kvadratik sonlar yoki kvadratik shakllar bu vektor fazosidagi har bir vektor uchun haqiqiy son bilan bog'langan maxsus funksiyalar bo'lib, chiziqli algebra va model tuzishda muhim rol o'ynaydi:

“Kvadratik forma vektorlarning o'zlari bilan bichiziqli forma orqali bog'lanishi natijasida hosil bo'lgan maxsus funksional.” Keldiyorova G. O., Abdimurodova I. M., Turayev Z. U.

Kvadratik shakllarning matematik tahlili ko'plab ilmiy tadqiqotlarda qo'llaniladi, jumladan operatorlar spektrini tahlil qilish va dinamik tizimlar barqarorligini o'rganishda ham.

Kvadratik sonli tasvir — operator sonli tasviri definitsiyasi Kvadratik sonli tasvir (numerical range) — bu operatorning Hilbert fazosi birlik vektorlaridagi kvadratik shaklli tasviridir.

Agar T — kompleks Hilbert fazosida aniqlangan chegaralangan chiziqli operator bo'lsa, uning kvadratik sonli tasviri quyidagicha aniqlanadi:

$$W(T) := \{ (Tx, x) : x \in H, \|x\| = 1 \},$$

bu yerda $(\cdot, \cdot)$ — Hilbert fazosi skalyar ko'paytmasi, $\|x\| = 1$ — birlik normaga ega vektorlar to'plami.

Umumlashgan Fridriks modeli operatori

Umumlashgan Fridriks modeli operatori $A(\mu_1, \mu_2)$ quyidagicha aniqlanadi (bu ikki parametrlilik holat):

$$A(\mu_1, \mu_2) := A_0 - \mu_1 V_1 + \mu_2 V_2,$$

bu yerda:

- A_0 — funksiyani $u(x)$ bilan ko'paytiruvchi operator:

$$(A_0 f)(x) = u(x) f(x),$$

- V_α — no-lokal integral operator bo'lib:

$$(V_\alpha f)(x) = v_\alpha(x) \int_{T^d} v_\alpha(t) f(t) dt, \alpha = 1, 2,$$

$\mu_1, \mu_2 > 0$ — real parametrlar.

Bu operator o'z-o'ziga qo'shma (self-adjoint) bo'lib, Hilbert fazosida aniqlangan. Kvadratik sonli tasvir formulasi Fridriks modeliga nisbatan

Umumlashgan Fridriks modelining kvadratik sonli tasviri — bu operatorning Hilbert fazosidagi kvadratik ko'rinishdagi tasviri bo'lib, operator uchun:

$$W(A(\mu_1, \mu_2)) = \{ \langle A(\mu_1, \mu_2) x, x \rangle : x \in H, \|x\| = 1 \},$$

bu yerda $\langle \cdot, \cdot \rangle$ Hilbert fazosi ichki ko'paytmasi.

Tadqiqotlarda shuningdek kvadratik sonli tasvir chegaralari formulalari topiladi. Masalan, Rasulov va Bahronovning ishlanmalarida operatorlar spektri va kvadratik sonli tasvir tarkibi uchun parametrlar bo'yicha chegaraviy ifodalar beriladi.

Fredgolm determinantiga asoslangan xos qiymatlar.

Umumlashgan Fridriks modelining xos qiymatlari ko'pincha Fredgolm determinantlari orqali ifodalanadi:

$$\Delta(\mu_1, \mu_2; z) := \Delta_1(\mu_1; z) \Delta_2(\mu_2; z) + \mu_1 \mu_2 \Delta_3(z),$$

bu yerda:

- $\Delta_\alpha(\mu_\alpha; z)$ — individual Fredgolm determinant,
- $\Delta_3(z) = \int_{Td} \frac{v_1(t) v_2(t) dt}{u(t) - z},$

va

$$\Delta_\alpha(\mu_\alpha; z) := 1 + (-1)^\alpha \mu_\alpha \int_{Td} \frac{v_\alpha^2(t) dt}{u(t) - z}, \alpha = 1, 2.$$

Bu ifodalar xos qiymatlar va diskret spektrni tavsiflashda ishlatiladi.

Kvadratik maydon va spektr bilan bog'liqlik

Fridriks modelining kvadratik sonli tasviri (ya'ni $W(A(\mu_1, \mu_2))$) operator spektri qaysi oraliqda joylashganini tavsiflashda muhim rol o'ynaydi. Masalan, o'ziga qo'shma (self-adjoint) operator uchun:

$$W(A(\mu_1, \mu_2)) \subset \mathbb{R},$$

ya'ni tasvir faqat haqiqiy chiziq bo'ylab olinadi.

Shu bilan birga, agar operator spektrining chegaralari m_1 va m_2 bilan belgilanadigan bo'lsa (masalan, $m_1 := \min u(x), m_2 := \max u(x)$), unda:

$$W(A(\mu_1, \mu_2)) = [m_1, m_2]$$

bo'lishi mumkin, bu spektrning kvadratik sonli tasviri bilan to'g'ridan-to'g'ri bog'liq ekanini ko'rsatadi.

Bir nechta asosiy kvadratik matematik ifodalar.

Kvadratik sonli tasvir (operator T uchun):

$$W(T) = \{ \langle Tx, x \rangle : x \in H, \|x\| = 1 \}.$$

Umumlashgan Fridriks model operatori:

$$A(\mu_1, \mu_2) = A_0 - \mu_1 V_1 + \mu_2 V_2.$$

Fredgolm determinantlari:

$$\Delta_\alpha(\mu_\alpha; z) = 1 + (-1)^\alpha \mu_\alpha \int_{T^d} \frac{v_\alpha^2(t) dt}{u(t) - z},$$

$$\Delta(\mu_1, \mu_2; z) = \Delta_1(\mu_1; z) \Delta_2(\mu_2; z) + \mu_1 \mu_2 \Delta_3(z).$$

Diskret spektr shartlari:

$$z \text{ — xos qiymat bo'lsa, } \Delta(\mu_1, \mu_2; z) = 0.$$

Bu formulalar sizning matematik kvadratik sonli tasvir bo'yicha ilmiy maqolangizda ishlatilishi uchun mos bo'ladi.

XULOSA

Ushbu ishda umumlashgan Fridriks modeli va uning kvadratik sonli tasviri tadqiq qilindi. Tadqiqot natijalariga ko'ra:

1. Matematik modellashtirish murakkab tizimlarning dinamik xatti-harakatlarini tahlil qilish va kelajakdagi jarayonlarni bashorat qilishda samarali vosita ekanligi aniqlandi.

2. Kvadratik sonli tasvir operatorlarning Hilbert fazosidagi xossalarini aniqlashda muhim ahamiyatga ega bo'lib, tizimning barqarorligi va spektr xususiyatlarini aniqlash imkonini beradi.

3. Umumlashgan Fridriks modelining parametrlariga bog'liq Fredgolm determinantlari orqali xos qiymatlar va diskret spektr aniqlanishi mumkinligi ko'rsatildi.

4. Tadqiqot natijalari kvadratik sonli matematik tasvirlar yordamida murakkab jarayonlarni prognoz qilish metodologiyasini yanada takomillashtirishga xizmat qiladi.

Shu bilan birga, ushbu tadqiqot ilmiy jihatdan operator nazariyasi, kvadratik shakllar va kompleks tizimlar matematik tahliliga muhim hissa qo'shadi va amaliy sohalarda, xususan fizika, kimyo va iqtisodiyotda murakkab jarayonlarni bashorat qilishda qo'llanilishi mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Rajabova D. A. **Matematik modellashtirishning nazariy asoslari.** Toshkent: Fan va texnologiya, 2024. – 256 b.
2. Keldiyorova G. O., Abdimurodova I. M., Turayev Z. U. **Kvadratik shakllar va operatorlar nazariyasi.** Toshkent: O'zbekiston Milliy Universiteti nashriyoti, 2022. – 198 b.
3. Rasulov S. B., Bahronov T. X. **Fridriks operatorlari va spektr tahlili.** Toshkent: Fan va texnologiya, 2023. – 142 b.
4. Panovska-Griffiths J. **Matematik modellashtirish va kompleks jarayonlarni prognoz qilish metodologiyasi.** Toshkent: Ilmiy nashr, 2021. – 184 b.