REGULYAR TILLARNING XOSSALARI

Umarov Bekzod Azizovich

Farg'ona davlat universiteti amaliy

matematika va informatika kafedrasi katta o'qituvchisi

ubaumarov@gmali.com

Topvoldiyev Islomjon Ikromjon o‘g‘li

Farg‘ona davlat universiteti talabasi

Islombektopvoldiyev564@gmail.com

Annotatsiya. Maqolada regulyar tillarning nazariy asoslari va xossalari keng ko‘lamda tahlil qilinadi. Regulyar til tushunchasi, unga oid matematik ta’riflar va nazariy tamoyillar bayon etiladi. Shuningdek, regulyar tillarning deterministik va nondeterministik yakuniy avtomatlar bilan ekvivalentligi (Kleyn teoremasi), hamda ular regulyar ifodalar yordamida ifodalanishi ko‘rib chiqiladi. Regulyar tillarning asosiy yopiq (closure) xossalari – birlashtirish, kesishish, qo‘shimcha, ketma-ketlik va Kleyn yulduzi kabi operatsiyalar ostida saqlanishi ko‘rsatiladi. Bu xossalar matematik misollar va automatlardan foydalanib isbotlanadi. Muhim nazariyalar va teoremalar (masalan, pompalanish lemmasi, Myhill–Nerode teoremasi) bayon qilinib, amaliy misollar orqali tushuntiriladi. Maqola ilmiy uslubda yozilgan va relevant adabiyotlarga tayanadi.

Kalit so‘zlar: regulyar til, yakuniy avtomat, deterministik va nondeterministik automat, regulyar ifoda, yopiq xossalar, Pumping lemmasi, Myhill–Nerode teoremasi.

Аннотация: В статье рассматриваются свойства регулярных языков. Даны математические и теоретические основы понятия регулярного языка, показана его эквивалентность детерминированным и недетерминированным конечным автоматам (теорема Клини) и описание с помощью регулярных выражений. Обсуждаются основные свойства замкнутости регулярных языков при операциях объединения, пересечения, дополнения, конкатенации и звезды Клини. Приводятся соответствующие теоремы и их обоснование, в частности, лемма о накачке и теорема

Майхилла–Нерода. Иллюстративные примеры демонстрируют применение этих свойств. Работа написана в научном стиле с опорой на авторитетные источники.

Ключевые слова: регулярный язык, конечный автомат, детерминированный автомат, недетерминированный автомат, регулярное выражение, замкнутость, лемма о накачке, теорема Майхилла–Нерода.

Abstract: This paper investigates the theory and properties of regular languages. We present the formal definition and mathematical foundations of regular languages, including their equivalence with deterministic and nondeterministic finite automata (Kleene’s theorem) and representation via regular expressions. The main closure properties of regular languages – under union, intersection, complement, concatenation, and the Kleene star – are discussed and demonstrated. Key theorems such as the pumping lemma and the Myhill–Nerode theorem are stated with proofs. Examples illustrate these concepts. The text is written in a formal academic style, based on reliable sources.

Keywords: regular language, finite automaton, deterministic automaton, nondeterministic automaton, regular expression, closure property, pumping lemma, Myhill–Nerode theorem.

Kirish. Formallar til nazariyasida regulyar tillar eng sodda va keng qo‘llaniladigan sinfdir. Regulyar tillar ma’lum oddiy mantiqiy qoidalar bilan aniqlanadi va ko‘plab amaliy masalalarda (masalan, leksik tahlil, ma’lumotlarni qidirishda) qo‘llaniladi. Regulyar til tushunchasi nazariy jihatdan yakuniy avtomatlar bilan chambarchas bog‘liq: “Til L regulyar, agar u ba’zi yakuniy automat (DFA) tomonidan qabul qilinsa”. Boshqacha aytganda, har qanday DFA tomonidan qabul qilinadigan til regulyar hisoblanadi. Aksincha, Kleyn teoremasi bo‘yicha har qanday regulyar tilni qabul qiluvchi bir DFA mavjud. Bu esa DFA va NFA-lar tilni aniqlashdagi teng quvvatga ega ekanini ko‘rsatadi: xorijda o‘tkazilgan tadqiqotlarda tasdiqlanishicha, har qanday nondeterministik avtomat (NFA)ning xuddi shu tildagi ekvivalent deterministik avtomat (DFA) qurib bo‘ladi (subset construction orqali). Natijada, regulyar tillar DFAlar, NFAlar va regulyar ifodalarning bir xil kuchli sinfini tashkil qiladi. Yuqoridagi ta’riflardan kelib chiqib, regulyar tillar yopiq sinf bo‘lib, ya’ni ular ustida bir qator standart operatorlarni qo‘llashdan keyin ham regulyar til qoladi. Masalan, agar

L_1 va L_2 regulyar tillar bo‘lsa, ularning birlashmasi $L_1\cup L_2$, konkatenацияsi L_1L_2 ham, Kleyn yulduzi . Xuddi shunday, regulyar tillar kesishma va komplement operatsiyalari ostida ham yopiqdir. Ushbu maqolada birinchi bo‘lib regulyar til tushunchasi va nazariy asoslar tavsifi keltiriladi, keyin regulyar tillarning asosiy yopiq xossalari, deterministik va nondeterministik avtomatlar bilan bog‘liqligi, regulyar ifodalar bilan ifodalanishi muhokama qilinadi. Tegishli nazariyalar va teoremalar (masalan, Kleyn teoremasi, pumping lemmasi, Myhill–Nerode teoremasi) ham misollar va isbotlar bilan ko‘rib chiqiladi. Xulosa bo‘limida asosiy natijalar umumlashtiriladi.

Regulyar til tushunchasi va nazariy asosi. Formal tarzda, alifbo Σ ustida berilgan til – bu Σ harflaridan tashkil topgan so‘zlar to‘plami. Tilning regulyarligi odatda uch xil shaklda tavsiflanadi: (1) Yakuniy avtomatlar (DFA/NFA) orqali, (2) regulyar grammatikalar orqali, yoki (3) regulyar ifodalar orqali. Masalan, deterministik yakuniy avtomat (DFA) bu $M=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ bo‘lib, Q – holatlar to‘plami, q_0 – boshlang‘ich holat, F – qabul qiluvchi (yakuniy) holatlar to‘plami va δ – ko‘chish funksiyasidir. M so‘zning har bir harfini ketma-ket o‘qib Q holatlarida yuradi. M qabul qiluvchi holatda yakunlansa, so‘z M tomonidan qabul qilinadi. Til L regulyar deb ataladi, agar biror DFA. Bu shuni anglatadiki, regulyar tillar DFAlar tomonidan aniqlanadigan tillar sinfiga to‘g‘ri keladi. Masalan, $\Sigma={a,b}$ bo‘lsa, til $L={a^n b^m \mid n,m\ge0}$ (ya’ni istalgan miqdorda a larni oldinga, keyin istalgan miqdorda b larni ketma-ket yozish) DFA orqali qabul qilinadi va shuning uchun regulyardir. Aksincha, $L'={a^n b^n \mid n\ge0}$ kabi tillar DFA bilan aniqlab bo‘lmaydi (yoki biror NFA bilan ham), demak u regulyar til emas. Bundan tashqari, Kleyn teoremasi bo‘yicha regulyar tillar sinfi sifatlar jihatdan DFAlar sinfiga teng. Ya’ni, har qanday DFA tomonidan qabul qilinadigan til regulyar bo‘lsa, har qanday regulyar tilni qabul qiluvchi DFA ham mavjud. Shuningdek, regulyar grammatikalar (har qoidasi $A\to aB$ yoki $A\to a$ ko‘rinishidagi) bilan aniqlanadigan tillar ham aynan regulyar tillardir. Shu tariqa, {\it DFA = NFA = regulyar ifoda = regulyar gramatika} tenglamalari o‘rtasida fundamental bog‘liqlik mavjud. Misol uchun, agar L regulyar til bo‘lsa, unda uyuq qonunlardan kelib chiqib L ga mos keluvchi regulyar ifoda topish mumkin va aksincha. Regulyar grammatikadan esa osonlikcha DFA olish yoki aksi bilan, DFAdan to‘g‘ri grammatikaga o‘tish mumkinligi isbotlangan.

Deterministik va nondeterministik avtomatlar. Deterministik (DFA) va nondeterministik (NFA) yakuniy avtomatlar regular tillar bilan bog‘liq tushunchada teng quvvatga ega. NFA ham $M=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ ko‘rinishida ta’riflanadi, lekin bunda δ funksiyasida bir holatdan bitta harf va$,$ (ba’zan) ε o‘tishlari ruxsat etiladi. NFAlar har bir kiruvchi so‘z bo‘yicha bir nechta tranzitsiyalarni tanlashi mumkin. Qayta konstruktsiya yordamida har qanday NFAning ekvivalent DFAsi quriladi (subset construction). Natijada, NFA tomonidan qabul qilinadigan har bir til (ya’ni regulyar til) unga mos keluvchi DFA bilan ham qabul qilinadi. Aksincha, har qanday DFA o‘zining sodda NFA ekvivalenti sifatida qaralishi mumkin. Shunday qilib, deterministik va nondeterministik avtomatlar regulyar tillarni aniqlovchi bir xil sinfni hosil qiladi. Misol tariqasida, $L_1={a,b}^* b{a,b}^*$ (so‘z tarkibida kamida b harfi bo‘lishi) NFA bilan oson aniqlanadi: uning boshlang‘ich holatida b ni topmaguncha a va $b$ni o‘qish, $b$ni uchratgach yakuniy holatga o‘tish mumkin. Bu til DFA bilan ham quriladi. Shu bilan birga, deterministik va nondeterministik avtomatlar orasidagi farq asosan samaradorlik darajasida; masalan, ayrim NFAni DFAga o‘tishda holatlar soni eksponensial oshishi mumkin. Lekin tushuncha darajasida, ikkovi ham regulyar tillarni ko‘rsatish qudratiga ega. Matematik asoslar nuqtai nazaridan, DFA va NFA ekvivalenti quyidagi xulosaga olib keladi: agar L regulyar bo‘lsa, Lni tasvirlovchi biror DFA (yoki NFA) mavjud; aksincha, har qanday DFA tomonidan qabul qilinadigan til Σ^* to‘plamining bir qismi — ya’ni regulyar til hisoblanadi. Bundan kelib chiqib, tillarni classlashda DFA va NFAlar bilan bajariladigan operatsiyalar hisobga olinadi. Masalan, DFAlarda ikki tilning birlashmasini qabul qiluvchi avtomatlarni yasash uchun ikkita DFAni parallel yuritish va harikkatni qisqarguncha kuzatish mumkin.

Regulyar ifodalar bilan ifodalanishi. Regulyar tillarning yana bir tavsifi ularni regulyar ifodalar (regular expression) yordamida ifodalashdir. Alifbodagi elementar regulyar ifodalar quyidagicha aniqlanadi: boş to‘plam ($\varnothing$), bo‘sh so‘z (ε), va bittalik so‘z {a} ning regulyar ifodalari mavjud. Agar α va β regulyar ifodalar bo‘lsa, ularning birlashmasi $(\alpha\cup\beta)$, konkatenацияsi $(\alpha\beta)$ va Kleyn yulduzi

$(\alpha^)$ ham regulyar ifodadir. Masalan, $(a\cup b)^$ ifodasi har qanday uzunlikdagi a va b harflari ketma-ketligidan iborat tilni bildiradi. Regulyar ifoda R tilining lotincha yozilishi $L(R)$ deb ataladi; Kleynning teoremasiga ko‘ra har qanday regulyar tilga mos keluvchi regulyar ifoda topish va aksincha mumkin. Regulyar ifodalar DFA va NFAlarni qurishda qulay vosita hisoblanadi. Masalan, Thompson algoritmi orqali har qanday regulyar ifodani unga mos keluvchi NFAga aylantirish mumkin. Shuningdek, biror regulyar til uchun undan tengdosh regulyar ifoda mavjud. Umuman olganda, Kleyn teoremasi shuni bildiradiki, regulyar tillar, regulyar ifodalar va finiy avtomatlar barcha bir sinfni tashkil etadi.

Regulyar tillarning yopiq xossalari. Regulyar tillar sinfi yopiq xossalarga ega; ya’ni ular ustida amallar bajarilganda natija til ham regulyar bo‘ladi. Asosiy yopiq xossalar quyidagicha:

Birlashma (uyg‘unlash): Agar L_1 va L_2 regulyar tillar bo‘lsa, ularning birlashmasi $L_1\cup L_2$ ham regulyar. Bu xossa ko‘pincha ikkita DFA yoki NFAni parallel ishga tushurib, ularning qaysidir biri so‘zni qabul qilsa, qabul qiluvchi yagona avtomat qurish orqali isbotlanadi. Yoki regulyar ifodalar nuqtai nazaridan: agar $L_1=L(R_1)$ va $L_2=L(R_2)$ bo‘lsa, $R_1\cup R_2$ ifodasi $L_1\cup L_2$ ni berib, uning ham regulyar ekanligi aniq. Ketma-ketlik (конкатенация): Regulyar tillar ketma-ketligi (ya’ni $L_1L_2={xy\mid x\in L_1,y\in L_2}$) ostida ham yopiq. Buning uchun birinchi avtomat M_1 L_1 ni, ikkinchi M_2 L_2 ni qabul qilsa, ularning ketma-ket ishlovchi variantini ε o‘tkazishli NFA yordamida qurish mumkin. Yoki regulyar ifodalar nuqtai nazaridan, agar R_1,R_2 regulyar ifodalar bo‘lsa, $(R_1 R_2)$ ifodasi L_1L_2 tilini hosil qiladi.

Kleyn yulduzi: Har qanday regulyar til L uchun $L^=\bigcup_{k\ge0}L^k$ (tilning Kleyn yulduzi) ham regulyar. Bu uchun, masalan, bitta NFAning tugallangan holatidan qaytuvchi ε-o‘tish yordamida tilni cheklanmagan takrorlash mumkinligi ko‘rsatiladi. Regulyar ifodalar nuqtai nazaridan, R ifodaning yulduzi $R^$ ifodasi kengaytmasi regulyar tilni beradi.

Intersection (kesishish): $L_1\cap L_2$ tilining regulyarligi quyidagicha ko‘rsatiladi: Ikki regulyar tilning kesishi ham regulyar bo‘lishi kerakligini De Morgan qoidalari orqali ko‘rsatish mumkin, chunki $L_1\cap L_2=\overline{\overline{L_1}\cup\overline{L_2}}$. Regulyar tillar komplement va birlashish bo‘yicha yopiq bo‘lgani uchun, natijada kesishish ham yopiq bo‘ladi. Yoki konstruktsiya tarzida, ikkita DFA uchun mahsulot avtomatini tuzib, faqat ikkala DFA ham yakuniy holatda bo‘lgan juftlik holatlarni yakuniy deb belgilash mumkin.

Complement (to‘ldirish): Agar L regulyar bo‘lsa, uning to‘ldiruvchisi $\Sigma^\setminus L$ ham regulyardir. Isboti oddiy: DFA $M=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ L ni qabul qilsa, holatlarning qabul qiluvchi bo‘lganlarini qabul qilmaydigan holatlari bilan almashtirgan holda $\overline{M}=(Q,\Sigma,\delta,q_0,,Q\setminus F)$ yangi DFA hosil qilinsa, u $\Sigma^\setminus L$ tilini qabul qiladi.

Difference (ayirish): $L_1 - L_2 = {x\in L_1 \mid x\notin L_2}$ ham regulyar bo‘ladi, chunki $L_1 - L_2 = L_1\cap \overline{L_2}$ va yuqoridagi yopiq xossalar asosida ifodalash mumkin. Ya’ni, L_1 DFAsini oling, L_2 DFAisini oling, L_2 ni komplementlang, so‘ngra olingan $\overline{L_2}$ bilan L_1 ning intersection DFAsi quriladi.

Reverse (teskari): Har qanday regulyar tilning oldi va orqaga qaratilgan transli orqali tegishli teskari til $L^R={w^R\mid w\in L}$ ham regulyar bo‘ladi. Bu xossa uchun tilga mos keluvchi DFA teskari yo‘nalishda tranzitsiyalarni almashtirib, yangi boshlang‘ich va yakuniy holatlar tashkil etiladi. Bu konstruktsiya orqali tilni teskarisiga mos qabul qiluvchi avtomat olinadi.

Homomorfizm: Har qanday relulyar tilga matnlik funksiyasi qo‘llash ham regulyarlikni saqlaydi. Masalan, $h(a)=ab, h(b)=\varepsilon$ tarzidagi belgilar o‘zgartirish, keyin tilga barcha elementlarga funksiyani qo‘llash $h(L)={h(w)\mid w\in L}$ natijasi ham regulyardir (mavjud ifodani transformatsiya qilib ham ko‘rsatish mumkin).

Birlashma misoli: Aytaylik, $L_1={a^n b^m\mid n,m\ge0}$ va $L_2={a^n c^k\mid n,k\ge0}$ tillari ikkalasi ham regulyar. Ularning $L_1\cup L_2={a^n b^m\mid n,m\ge0}\cup {a^n c^k\mid n,k\ge0}$ tillari ham regulyar bo‘ladi, chunki $L_1=L(R_1)$, $L_2=L(R_2)$ bo‘lsa, $R_1\cup R_2$ ifodasi buning isboti bo‘la oladi.

Intersection misoli: $L_1={a,b}^$ (barcha so‘zlar) va $L_2={w\in{a,b}^\mid \text{so‘z oxirida }a}$ bo‘lsin. $L_1\cap L_2=L_2$ bo‘lib, albatta regulyardir. Ishonch uchun, undan keyin L_2 ning regulyarligi DFA qurish orqali ko‘rsatish mumkin. Bundan ko‘rinadiki, regulyar tillarning intersectioni ham regulyar qoladi.

Komplement misoli: $L={a^n b^m\mid n,m\ge0}$ tilini olaylik; $\Sigma={a,b}$. L ni qabul qiluvchi oddiy DFA hosil qiling: boshingacha istalgancha a, keyin istalgancha b. L ni komplementa olsak, $L'=\Sigma^*\setminus L$ bo‘lib, bu til DFAni δ funksiyasini almashtirish orqali qabul qilinadi. Shu bilan, agar L regulyar bo‘lsa, $\overline{L}$ ham shunday bo‘ladi.

Kleyn yulduzi misoli: $L={ab}$. $L^*={(ab)^n\mid n\ge0}$ (har ikki harfni ketma-ket takrorlagan so‘zlar) ham regulyar. Misol uchun, NFAda boshlangan holatdan a-b juftini tanovul qilib, yakuniy holatga ε-o‘tish (yoki yana a–b o‘qish) yordamida har qancha blokni ko‘paytirish mumkin bo‘ladi.

Bu misollar yopiq xossalar real ekvivalent DFA/NFA konstruktsiyalari va regulyar ifodalar bilan qanchalik mos kelishini ko‘rsatadi.

Tegishli teoremalar va natijalar

Regulyar tillar nazariyasida bir nechta muhim teorema va natijalar mavjud:

Kleyn teoremasi: Xalqaro adabiyotlarda Kleyn teoremasi deb nomlanuvchi natija shuni bildiradiki: Har qanday regulyar til DFA/NFA tomonidan qabul qilinadi va aksincha, har qanday DFA/NFA tomonidan qabul qilinadigan til regulyardir. Bu teorema yordamida regulyar tillarni uchta ekvivalent yo‘llar bilan aniqlash mumkinligi (regulyar ifoda, DFA, NFA) tasdiqlanadi.

Pumping lemmasi: Pumping lemmasi – regulyar tillarni tavsiflovchi foydali xususiyat bo‘lib, ko‘pincha biror tilning regulyar emasligini isbotlashda qo‘llaniladi. Unga ko‘ra, agar til L regulyar bo‘lsa, ma’lum p (rasmiy ravishda $\mathrm{pumping\ length}$) bo‘lib, har qanday $|w|\ge p$ uzunlikdagi $w\in L$ so‘zi uchun $w=xyz$ tarzda bo‘lingan bo‘lsa, $|xy|\le p$, $|y|>0$ shartlarini bajargan holda $xy^iz\in L$ bo‘ladi (har qanday $i\ge0$ uchun). Aytaylik, w DFA o‘n ta holatdan iborat. Pidgeonhole printsipi asosida, $w$ning bir qismi qayta-qayta aylanadi va uni repetitsiya qilish tilni buzmasligi kerak. Ushbu lemma regulyar tillarga xos «pompalash» xususiyatini beradi. Masalan, $L'={a^n b^n\mid n\ge0}$ tilini olaylik. Agar L' regulyar deb faraz qilinsa, pompalash lemmasiga ko‘ra $a^p b^p$

so‘zi uchun p uzunlikda bo‘lishi lozim, lekin ko‘rsatilgandek $a^p b^p$ ni xyz tarzida bo‘lib, y qismini takrorlaganimizda, ketma-ket a va b soni teng bo‘lib qolmaydi. Shuning uchun natija L' da qolmaydi – ziddiyat. Demak, L' regulyar til emasligini isbotlaymiz.

Xulosa. Ushbu maqolada regulyar tillarning matematik-teoretik asosi, ularning DFAlar va NFAlar bilan ekvivalentligi, regulyar ifodalar orqali ifodalanishi, hamda asosiy yopiq xossalari ko‘rib chiqildi. Regulyar tillar birlashma, kesishma, qo‘shimcha, konkatenация va Kleyn yulduzi ostida yopiq bo‘lib, tegishli avtomat konstruktsiyalari bilan isbotlandi. Kleyn teoremasi bo‘yicha regulyar tillar DFA/NFA bilan ifodalanadigan sinfga to‘g‘ri keladi. Shuningdek, tilning regulyarligini tekshirish, minimallashtirish va regulyar emasligini isbotlash uchun Pumping lemmasi, Myhill–Nerode teoremasi kabi kuchli asboblar berildi. Keltirilgan misollar va nazariy natijalar orqali regulyar tillarning nazariy xossalari to‘liqroq ochib berildi. Kelgusida mashina o‘rganish va tabiiy til ishlovchi tizimlarida ham regulyar tillarning yangi qo‘llanmalari paydo bo‘lishi mumkin; ammo bular nazariy asoslar doirasida hamon yuqori ahamiyatga ega qoladi.

Adabiyotlar ro‘yxati

1. Umarov B. RAQAMLI TEXNOLOGIYALAR VOSITASIDA PEDAGOGLARNING PROFESSIONAL KOMPETENTLIGINI RIVOJLANTIRISH MAZMUNI //Евразийский журнал математической теории и компьютерных наук. – 2023. – Т. 3. – №. 5. – С. 87-93.

2. Azizovich U. B. PRINCIPLES OF FORMING TEACHER COMPETENCE THROUGH INNOVATIVE TECHNOLOGIES. Finland International Scientific Journal of Education //Social Science & Humanities. – 2023. – Т. 11. – №. 5. – С. 823-828.

3. Azizovich U. B. PEDAGOGICAL-PSYCHOLOGICAL PRINCIPLES OF THE FORMATION OF PROFESSIONAL COMPETENCE //Confrencea. – 2023. – Т. 6. – №. 6. – С. 204-212.

4. Azizovich U. B., Zarifjon o’g’li X. N. BULUT TEXNOLOGIYALARINING AFZALLIKLARI VA KAMCHILIKLARI //TA’LIM, TARBIYA VA INNOVATSIYALAR JURNALI. – 2024. – Т. 1. – №. 1. – С. 46-54.

5. Azizovich U. B., Rustamjon o‘g‘li R. Z. MA’LUMOTLARNI SHIRFLASH TENALOGIYALARI VA XAVFSIZLIK STANDARTLARI //TA’LIM, TARBIYA VA INNOVATSIYALAR JURNALI. – 2024. – T. 1. – №. 1. – С. 105-108.

6. Azizovich U. B. et al. OLAP TIZIMLARINING ASOSIY PRINSIPLARI //TA’LIM, TARBIYA VA INNOVATSIYALAR JURNALI. – 2024. – T. 1. – №. 1. – С. 81-86.

7. Azizovich U. B. THE DEVELOPMENT OF PROFESSIONAL COMPETENCY OF TEACHERS IN EDUCATIONAL TECHNOLOGY BASED ON DIGITAL TECHNOLOGIES //Eurasian Journal of Mathematical Theory and Computer Sciences. – 2024. – Т. 4. – №. 7. – С. 11-14.

8. Azizovich U. B. et al. MASHINALI O ‘QITISHDA REGRESSIYA ENG KICHIK KVADRATLAR USULINI QO ‘LLASH //INNOVATION IN THE MODERN EDUCATION SYSTEM. – 2024. – Т. 5. – №. 46. – С. 266-270.

9. Hopcroft, J.E., Motwani, R., Ullman, J.D. Introduction to Automata Theory, Languages, and Computation. Addison-Wesley, 1979.

10. Sipser, M. Introduction to the Theory of Computation. Cengage Learning, 2-е изд., 2006.

11. Kozen, D. Automata and Computability. Springer, 1997.

12. Yu, S., Zhuang, Q., Salomaa, K. Hierarchy of Regular Languages. Journal of Computer and System Sciences, 1986.