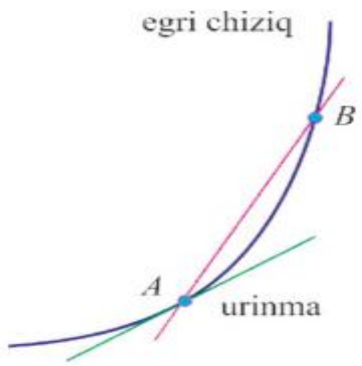
HOSILANING GEOMETRIK VA FIZIK MA'NOSI TADBIQLARI

G'afforov Husayn Aliyar o'g'li
ghusayn@mail.ru Termiz Davlat Pedagogika Instituti
Matematika va informatika kafedrasi o'qituvchisi.
Ashurova Zilola
Termiz Davlat Pedagogika Instituti 60110600-
Matematika va informatika ta'lim yo'nalishi 4-bosqich talabasi.

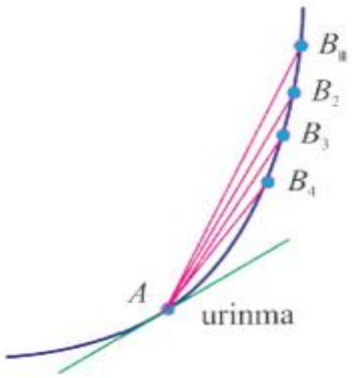
Annotatsiya: Ushbu tezisda hosilaning geometrik, fizik ma'nolari hamda geometriya va fizika fanlariga tadbiqi hususida so'z yuritilgan.

Kalit so'zlar: funksiya grafigi, tezlik, moddiy nuqta, vaqt momenti.

1-chizmada egri chiziq, kesuvchi va urinma tasvirlangan.



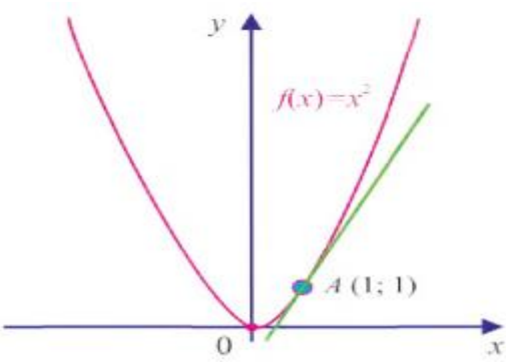
1-chizma



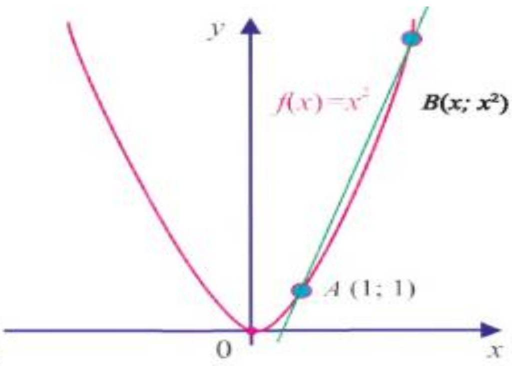
2-chizma

B nuqta $B_1, \ldots, B_n$ holatlami ketma-ket qabul qilib, A nuqtaga egri chiziq bo'ylab yaqinlashsa (2-chizma), mos kesuvchilaming egri chiziqqa A nuqtada o'tkazilgan urinma holatini olishga intilishini intuitiv tarzda qabul qilamiz. Bu holda, ravshanki, AB to'g'ri chiziqning burchak koefifitsiyenti urinmaning burchak koefiitsiyentiga yaqinlashadi.

1-misol. $f(x) = x^2$ funksiyaning grafigiga A (1; 1) nuqtada urinadigan to'g'ri chiziqning burchak koeffitsiyentini toping. (3-chizma)



3-chizma



4-chizma

$f(x) = x^2$ funksiyaning grafigiga tegishli ixtiyoriy $B(x, x^2)$ nuqtani qaraylik (3-chizma).

AB to‘g‘ri chiziqning burchak koeffitsiyenti

$$\frac{f(x)-f(1)}{x-1} \; yoki \; \frac{x^2-1}{x-1}$$

B nuqta A nuqtaga egri chiziq bo‘ylab yaqinlashganda, x ning qiymati 1 ga yaqinlashadi, bunda $x \neq 1$. Demak, AB to‘g‘ri chiziqning burchak koeffitsiyenti urinmaning burchak koeffitsiyenti k ga yaqinlashadi, ya’ni:

$$k = \lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x\to1}(x+1) = 2$$

Shunday qilib, k = 2.

$y = f(x)$ funksiya berilgan bo‘lsin. Uning grafigiga tegishli bo‘lgan $A(x; f(x))$ va $B(x+h;\ f\ (x+h))$ nuqtalami qaraylik (5-chizma).

AB to‘g‘ri chiziqning burchak koeffitsiyenti

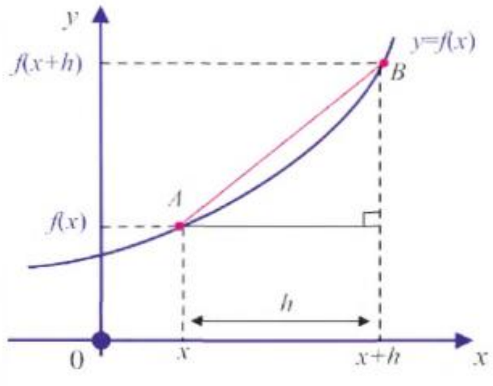
$$\frac{f(x+h)-f(x)}{x+h-x} = \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

ayirmali nisbatga teng.

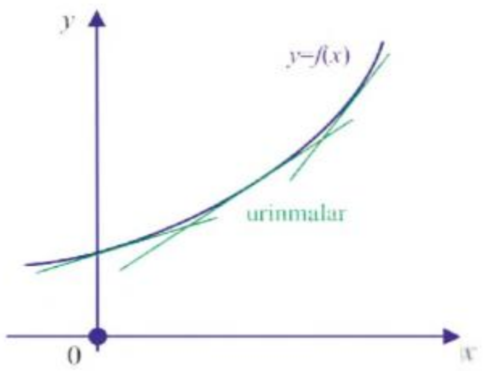
B nuqta A nuqtaga egri chiziq bo‘ylab yaqinlashganda $h \to 0$, ya’ni h orttirma nolga intiladi, AB kesuvchi esa funksiya grafigiga A nuqtada o‘tkazilgan urinmaga intiladi. Shu bilan birga, AB to‘g‘ri chiziqning burchak koeffitsiyenti urinmaning burchak koeffitsiyentiga yaqinlashadi. Boshqacha aytganda, h ning qiymati 0 ga intilganda ixtiyoriy $(x;\, f(x))$ nuqtada o‘tkazilgan urinmaning burchak koeffitsiyenti:

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

ayirmali nisbatning limit qiymatiga, ya’ni $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ qiymatga teng bo‘ladi.



5-chizma



6-chizma

x ning mazkur limit mavjud bo‘lgan ixtiyoriy qiymatiga funksiya grafigiga $(x, f(x))$ nuqtada o‘tkazilgan urinmaning burchak koefitsiyentining yagona qiymatini mos qo‘yish mumkin (6-chizma).

Demak,

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

formula yangi funksiyani ifodalaydi.

Mana shu funksiya $y = f(x)$ funksiyaning hosilaviy funksiyasi, yoki sodda qilib hosilasi deb ataladi. **Ta’rif:** $y = f(x)$ fimksiyaning hosilasi deb quyidagi limitga (agar u mavjud bo‘lsa) aytiladi:

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Odatda $y = f(x)$ funksiyaning hosilasi $f'(x)$ kabi belgilanadi. Hosilani topish amali differensiallash deyiladi.

$f'(x)$ belgilash o‘miga $\frac{dy}{dx}$ kabi belgilash ham qabul qilingan.

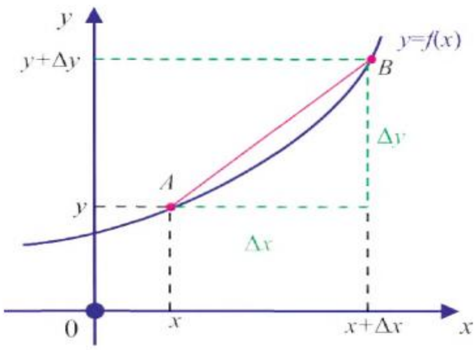
Bu belgilashning “kasr” ko‘rinishda ekanligini quyidagicha tushuntirish mumkin.

Agar orttirmalami $h = \Delta x, f(x+\Delta x) - f(x) = \Delta y$ deb belgilasak,

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

dan quyidagiga ega bo‘lamiz: (7-chizma)

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}$$



7-chizma

Yuqoridagi mulohazalardan shunday xulosaga kelamiz: $y = f(x)$ funksiya hosilasining x_0 nuqtadagi qiymati funksiya grafigiga shu nuqtada o‘tkazilgan urinmaning burchak koeffitsiyentiga teng. Hosilaning geometrik ma'nosi shundan iboratdir.

2-misol. Moddiy nuqta $s = s(t)$ ($s -$ metrlarda, $t -$ sekundlarda o‘lchanadi) qonunga muvofiq to‘g‘ri chiziq bo‘ylab harakat qilmoqda. Shu moddiy nuqtaning vaqtning t momentidagi (paytidagi) tezligi $v(t)$ ni toping.

Ma’lumki, oniy tezlik nuqtaning kichik vaqt oralig‘i Δt dagi o‘rtacha tezligi

$$v(t) = \frac{s(t + \Delta t) - s(t)}{\Delta t}$$

ga taqriban teng. Δt nolga intilganda oniy tezlik va o‘rtacha tezlik orasidagi farq ham nolga intiladi. Demak, moddiy nuqtaning t momentdagi oniy tezligi:

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{s(t + \Delta t) - s(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = s'(t)$$

Shunday qilib, t momentdagi oniy tezlik nuqtaning harakat qonuni $S(t)$ funksiyadan olingan hosilaga teng ekan.

Hosilaning fizik ma'nosi ana shundan iborat. Umuman aytganda, hosila funksiyaning o ‘zgarish tezligidir.

Misol:

Hosila ta’rifidan foydalanib, funksiyaning hosilasini toping:

$$f(x) = \sqrt{x}$$

Yechim:

$f(x) = \sqrt{x},\ x > 0, x + h > 0$ bo‘lsin,

$$\frac{f(x + h) - f(x)}{h} = \frac{\sqrt{x + h} - \sqrt{x}}{h}$$

ayirmali nisbatni tuzamiz va uni soddalashtiramiz:

$$\frac{f(x + h) - f(x)}{h} = \frac{\left(\sqrt{x + h} - \sqrt{x}\right)\left(\sqrt{x + h} + \sqrt{x}\right)}{h\left(\sqrt{x + h} + \sqrt{x}\right)} = \frac{(x + h - x)}{h\left(\sqrt{x + h} + \sqrt{x}\right)} =$$

$$= \frac{h}{h\left(\sqrt{x + h} + \sqrt{x}\right)} = \frac{1}{\sqrt{x + h} + \sqrt{x}}$$

$h \to 0$ da, $\sqrt{x + h} \to \sqrt{x}$ bo‘lgani uchun

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

bo‘ladi.

Eslatish joizki, x miqdor x dan $x+h$ gacha o‘zgarganda $y = f(x)$ miqdor o‘zgarishining o‘rtacha tezligi

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

ayirmali nisbatga teng.

Bundan

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

ifoda $y = f(x)$ miqdor o‘zgarishining oniy tezligini bildiradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

1.T.Azlarov, X.Mansurov “Matematik analiz 1-qism” Toshkent “O‘qituvchi” nashriyoti 1994.

2. G.Xudoyberganov, A.K.Vorisov, X.T.Mansurov, B.A.Shoimkulov “Matematik analizdan ma’ruzalar I qism” Toshkent 2021. 151-157 bet.

3. Салохитдинов М.С.,Насритдинов Г.Н. Оддий дифференциал тенгламалар. Тошкент, “Ўзбекистон”, 1994

4. Понтриягин Л.С. Обыкновенные дифференциальние уравнения. М.:Наука, 1969

5. Р.С. Гутер, Ф.Р. Янпольский “Дифференциал тенгламалар”