

BIR ELEKTRONLI ATOMLAR

Qodirov Javohir

Qo'shoqova Mahfuza

Anotatsiya. Ushbu ilmiy maqolada asosiy kvant mexanikasining asosiy nazariy masalalari va Shredinger tenglamasining fizikaviy muammolarni, uning yechimlari va qo'llanilish sohasi haqida ma'lumotlar keltiriladi.

Kalit so'zlar: Shredinger tenglamalari, bilim, ko'nikma, malaka, kreativlik, muammoli ta'lim.

Kvant mexanikasi asosida atomlarni o'rganishni boshlaymiz va eng oddiy holat — bitta elektronga ega atomni ko'rib chiqamiz. Bu eng muhim holat hamdir. Masalan, bir elektronli vodorod atomi tarixiy ahamiyatga ega, chunki u Shredinger tomonidan kvant mexanikasi nazariyasi yordamida birinchi bo'lib o'rganilgan tizimdir. Ko'ramizki, ushbu nazariya vodorod atomi uchun bashorat qilgan o'ziga xos energiya qiymatlari Nils Bron modeli va tajriba natijalari bilan mos keladi. Bu esa Shredinger nazariyasining dastlabki tasdig'i bo'ldi.

Shredinger nazariyasi faqatgina energiya qiymatlarini aniqlash bilan cheklanmaydi, balki u atomning xususiy funksiyalarini ham bashorat qiladi. Ushbu xususiy funksiyalar yordamida biz quyidagi atom xususiyatlarini o'rganamiz:

Ehtimollik zichligi funksiyalari – ular atom tuzilishi haqida aniq tasvir beriladi bu kattalik Shredinger nazariyasida to'g'ri aks etgan. Elektron spin va nisbiylik ta'sirlari – bular ham Bohr modeli tomonidan noto'g'ri tushuntirilgan, lekin Shredinger nazariyasi orqali to'g'ri tushuniladi. Atomning qo'zg'algan holatdan asosiy holatga o'tish tezligi – bu kvant mexanikasi yordamida aniqlanadi. Shredinger nazariyasining bir elektronli atom uchun ahamiyati juda katta, chunki u ko'p elektronli atomlar, molekulalar va yadrolarni kvant mexanikasi asosida tushuntirish uchun poydevor vazifasini bajaradi. Keyingi boblarda bu yanada ravshan bo'ladi. Bir elektronli atom tabiatda uchraydigan eng oddiy bog'langan tizim bo'lsa-da, u oldingi boblarda o'rganilgan tizimlarga qaraganda murakkabroqdir. Buning sababi shundaki, u ikki zarrachadan iborat va uch o'lchamli fazoda mavjud. Bu tizim musbat zaryadlangan yadro va manfiy zaryadlangan elektronning

o‘zaro Kulon tortishish kuchi ostida harakatlanishidan iborat. Tizimning uch o‘lchamli tabiati unga burchak momentiga ega bo‘lish imkoniyatini beradi. Kvant mexanikasi doirasida bunday burchak momenti bilan bog‘liq yangi qiziqarli hodisalar yuzaga kelishini ko‘ramiz. Biz oldingi boblarda faqat bir o‘lchamli tizimlarni ko‘rib chiqqanimiz sababli burchak momentiga oid kvant mexanik hodisalar mavjud emas edi. Uch o‘lchamli atomni o‘rganish esa matematik jihatdan murakkabroq bo‘lsa-da, ilgari o‘rganilgan oddiy usullarning bevosita rivoji sifatida qaralishi mumkin, shuning uchun hech qanday konseptual muammo tug‘ilmaydi. Amaliy qiyinchiliklardan qochish uchun murakkab tenglamalarni yechish jarayonlarini ilovalarga qoldiramiz. Biz ushbu bobda yetarli miqdordagi matematik apparatni keltirib o‘tamiz, bu esa oldingi boblarda ishlatilgan usullar bilan bog‘liqligini tushunish uchun kifoya qiladi. Biroq, asosiy urg‘u fizik jarayonlarning mohiyatini tushuntirishga, natijalarga va ularning interpretatsiyasiga qaratiladi. Atomning ikkita zarrachadan iborat ekanligi aslida muammo tug‘dirmaydi, chunki reduksiya qilingan massa usuli qo‘llaniladi. Bu usul haqiqiy atomni yadro massasi cheksiz katta, elektroni esa quyidagi ifoda bilan aniqlanadigan reduksiya qilingan massaga ega model atom sifatida ko‘rib chiqishga imkon beradi:

$$\mu = \left(\frac{M}{m+M} \right) m$$

Bu yerda m – elektronning haqiqiy massasi, M esa yadroning haqiqiy massasi. Reduksiya qilingan massaga ega elektron cheksiz og‘ir yadro atrofida harakatlanadi va uning elektron-yadro orasidagi masofasi haqiqiy atomdagidek bo‘ladi.

Shunday qilib, bir elektronli atom kvant mexanikasi asosida izohlansa, u nafaqat energiya darajalarini, balki atomning ichki tuzilishi, orbital xususiyatlari, spin ta’sirlari va nurlanish o‘tish tezliklarini ham tushuntirib bera oladi. Klassik mexanikada model atomdagi reduksiya qilingan massaga ega elektronning harakati haqiqiy atomdagi elektronning yadroga nisbatan harakati bilan aynan bir xil bo‘ladi. Bundan tashqari, model atomning umumiy energiyasi (reduksiya qilingan massali elektronning umumiy energiyasi) koordinatalar tizimi markazi atomning massalar markazida joylashgan holda, haqiqiy atomning umumiy energiyasiga teng bo‘ladi.

Talaba ushbu klassik mexanika natijalarining isbotini avval sayyoraning Quyosh atrofida harakati yoki ikki zarrachali harakat bilan bog‘liq boshqa tizimlar doirasida

ko‘rgan bo‘lishi mumkin. Kvant mexanikasida ham xuddi shu natijalar kelib chiqishini ko‘rsatish qiyin emas, ammo biz bu yerda buni batafsil isbotlash bilan shug‘ullanmaymiz. elektron va yadroning haqiqiy atomdagi hamda model atomdagi harakatini ko‘rsatadi. Har ikkala holatda ham atomning massalar markazi tinch holatda bo‘ladi. Biz endi reduksiya qilingan massaga ega elektronni ko‘rib chiqamiz, u quyidagi Kulon potentsiali ta‘sirida harakatlanadi:

$$v = (x, y, z) = \frac{-Ze^2}{4\pi\epsilon_0\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

Bu yerda x, y, z , — yadroga nisbatan elektronning Dekart koordinatalari bo‘lib, yadro koordinatalar boshida (0,) joylashgan deb qabul qilinadi. Maxrajdagi kvadrat ildiz elektron va yadro orasidagi masofa r ni ifodalaydi. Yadro zaryadi $+Ze$ ga teng bo‘lib, neytral vodorod atomi uchun $z=1$, bir marta ionlangan geliy uchun esa $z=2$ ga teng va hokazo. Birinchi bosqichda biz ushbu uch o‘lchamli tizim uchun Shredinger tenglamasini chiqarishimiz kerak. Buni bayon etilgan usul yordamida amalga oshiramiz. Dastlab, tizimning klassik umumiy energiya ifodasini yozamiz

$$\frac{1}{2\mu}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) + V(x, y, z) = E$$

Bu yerda p_x, p_y, p_z — x, y, z elektronning chiziqli impulsi komponentlari. Demak, ifodadagi birinchi had tizimning kinetik energiyasini, ikkinchi had esa potentsial energiyasini ifodalaydi Endi biz klassik kattaliklar — p_x, p_y, p_z va E ni ularning tegishli kvant operatorlari bilan almashtiramiz. Buning uchun formuladan uch o‘lchamli umumlashmani qo‘llaymiz. Natijada quyidagi operator tenglama hosil bo‘ladi: Shredinger tenglamasining har bir hadini to‘lqin funksiyasiga qo‘llasak, quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) + V(x, y, z) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$$

Bu ifoda bir elektronli atomning Shredinger tenglamasi bo‘lib, uch o‘lchamli fazoda vaqt bo‘yicha o‘zgaradigan to‘lqin funktsiyani tavsiflaydi. Bu tenglamani qisqaroq shaklda quyidagicha yozish qulay:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + v(x,y,z)\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

Bu yerda

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \psi + v\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

$$\nabla^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$$

Laplas operatori deb ataladi va Dekart koordinatalarida ifodalanadi.

Vaqtdan bog‘liq bo‘lmagan tenglamani ajratish Shredinger tenglamasining uch o‘lchamli xususiyatlari va uning yechimlari oldingi boblarda ko‘rib chiqilgan xususiyatlarning tabiiy umumlashmasi sifatida qaralishi mumkin. Masalan, o‘zgaruvchilarni ajratish usuli yordamida shuni ko‘rsatish mumkinki, agar potensial funksiya $V(x,y,z)$ vaqtga bog‘liq bo‘lmasa, tenglamaning yechimlari quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$\psi(X,Y,Z) = \psi(x,y,z)e^{-iEt/\hbar}$$

Bu yerda $\psi(x,y,z)$ funksiya vaqtdan bog‘liq bo‘lmagan Shredinger tenglamasining yechimi bo‘lib, quyidagi tenglamani qanoatlantiradi:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \psi(X,Y,Z) + v(X,Y,Z)\psi = E\psi(x,y,z)$$

Uch o‘lchamli bo‘lganligi sababli bu tenglama qisman hosilali differensial tenglama hisoblanadi, chunki unda mustaqil o‘zgaruvchilar sifatida uchta koordinata x,y,z qatnashadi. Kulon potentsiali uchun vaqtdan bog‘liq bo‘lmagan Shredinger tenglamasini yechishda o‘zgaruvchilarni ajratish usuli bir necha marta qo‘llanadi. Natijada tenglama uchta mustaqil oddiy differensial tenglamaga ajratiladi, ularning har biri faqat bitta koordinataga bog‘liq bo‘ladi. Biroq, Dekart koordinatalarida (x,y,z) o‘zgaruvchilarni ajratish mumkin emas, chunki potensial uchala koordinataning murakkab kombinatsiyasidan iborat. Potensial alohida-alohida faqat x yoki z ga bog‘liq holda

ajratib bo'lmaydi. Bu muammoni hal qilish uchun sferik koordinatalarga o'tamiz. Sferik koordinatalar (r, θ, ϕ) quyidagicha ta'riflanadi:

Sferik koordinatalarga o'tganda, elektron va yadro orasidagi masofa oddiygina r ga teng bo'ladi, shuning uchun potensial endi faqat bitta o'zgaruvchiga bog'liq bo'ladi:

$$V = V(r) = \frac{-2e^2}{4\pi \epsilon r}$$

Bu esa tenglamaning ajratilishini sezilarli darajada osonlashtiradi va yechimlar uchun soddaroq matematik jarayonlarni qo'llash imkonini beradi. Tenglamalarni yechish jarayonida ko'ramizki, $\psi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi)$ kabi ajratilgan yechim ishlaydi va bu uchta mustaqil oddiy differensial tenglamalarga olib keladi:

Azimutal tenglama

$$-\frac{1}{\phi} \frac{d^2 \phi}{d\phi^2} = -\frac{\sin^2 \theta}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) - \frac{\sin \theta}{Q} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d}{d\theta} \right) \frac{2\mu}{\hbar^2} r^2 \sin^2 \theta [E - v(r)]$$

Bu yechim eigenfunksiya bo'lib, soni sifatida aniqlanadi. Burchak tenglama

$$-\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d}{d\theta} \right) + \frac{m^2}{\sin^2 \theta} \theta = l(l+1)\theta$$

Bu tenglamaning yechimlari Legendre funksiyalari bilan ifodalanadi va ular sferik harmonikalar hosil qiladi. Bunda ℓ va kvant sonlari orqali burchak harakati aniqlanadi. Radial tenglama:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2\mu}{\hbar^2} [E - v(r)]R = l \cdot (l+1) \frac{R}{r^2}$$

Bu tenglama Bessel va Laguerre funksiyalari orqali yechiladi va natijada energiya darajalarining kvantlanishiga olib keladi. Bu uchta tenglamani yechishda quyidagi muhim xususiyatlar yuzaga chiqadi: m ning qiymatlari bo'lishi kerak.

ℓ butun musbat son bo'lib, n bilan bog'langan: $\ell=0,1,\dots,n-1 = 0, 1, \dots, n-1$. E faqat aniq qiymatlarni qabul qilishi mumkin, ya'ni energiyaning kvantlanishi sodir bo'ladi. Bu yechimlar natijasida atom orbitalari, kvant sonlari va atomning energiya darajalari to'liq

tushuntiriladi. Keling, atomdagi elektronning kvant holatini belgilovchi tenglamalarni aniqroq tahlil qilamiz. Shredinger tenglamasining bir elektronli atom uchun yechimlari energiya darajalarining diskret (diskretlangan) ekanligini ko'rsatadi.. Elektronning radial ko'ordinatasining kutish (o'rtacha) qiymatini, $n=1$ $n = 1$, $\ell=0$ $\ell = 0$ va $z=1$ $z = 1$ uchun hisoblasak, quyidagi natijaga erishamiz:

Biz aniqladikki, elektronning eng yuqori ehtimollik bilan topiladigan joyi $r = a_0 r = a_0$ (ya'ni, Bor modelidagi elektron-yadro ajralishi) bo'lsa-da, elektronning radial ko'ordinatasining kutish qiymati 1,5 a_0 a teng. Buning sababi shundaki, radial ehtimollik zichligi o'z maksimumi atrofida simmetrik emas: uning tarqalishi biroz uzaygan, shuning uchun, elektronning qaysidir holatda juda katta r qiymatlari uchun ham kichik, ammo inkor etib bo'lmaydigan ehtimollik mavjud. Shunday qilib, o'lchovlarda elektronning o'rtacha joylashuvi 1,5 a_0 bo'lib, bu qiymat dan $r = a_0 r = a_0$ biroz kattaroq bo'ladi. Ushbu xususiyatlarni ning yuqori egri chizig'idan aniqlash mumkin. Vodorod atomining yer holatidagi (ground state) hajmini, ya'ni $n=1$ $z = 1$ uchun $z=1$ $z=1$ holatida, atom qobig'i radiusini $r_c=a$ deb qabul qilamiz. Ushbu fundamental atomik o'lchamni bevosita uncertainty principle (noaniqlik tamoyili) orqali qanday topish mumkinligini ko'rsating.

Coulomb potentsiali:

$$v(r) = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

elektronni yadroga yaqinlashtirishga intiladi (ya'ni, r kichiklashganda potentsial energiya yanada manfiy bo'ladi), bu atomning "yumshoq" kollapsiga olib kelishi mumkin edi. Ammo, uncertainty principle bu tendensiyaning to'xtatadi. Agar elektron R o'lchamli hudud ichida joylashgan bo'lsa, unda uning chiziqli impulsining har qanday komponentida noaniqlik quyidagicha bo'ladi:

$$\Delta p \sim \hbar R$$

Bu noaniqlik shuni anglatadiki, elektron impulsining qiymati p har qanday yo'nalishda bo'lishi mumkin, shuning uchun har bir komponent uchun ham $\Delta p \sim \hbar R$.

Shu sababli, elektronning kinetik energiyasi taxminan

$$\Delta p = p$$

$$k = \frac{p^2}{2\mu} = \frac{(\Delta p)^2}{2\mu} = \frac{h^2}{2\mu_0 R}$$

Bundan tashqari, uning potensial energiyasi esa taxminan

$$v = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0} R$$

Demak, atomning umumiy energiyasi

$$E = \kappa + v = \frac{h^2}{2\mu R^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R}$$

Atomning eng barqaror (energetik jihatdan qulay) holati, ya'ni, uning o'lchami, umumiy energiya $E(R)$ ni minimal qilish orqali topiladi shu tarzda, uncertainty principle elektronning impulsiga bo'lgan cheklov orqali atomning kollapsini oldini oladi va natijada atom hajmi (ya'ni, elektronning o'rtacha yadrodan uzoqligi) a_0 ga o'xshash miqyosda bo'ladi. Ushbu tarzda, elektronning radially ehtimollik zichligi, uning kutish qiymati va uncertainty principle asosida hisoblangan optimal RR qiymati o'rtasidagi bog'liqlikni aniq ko'rsatib beramiz. Agar qo'shimcha savollar yoki tuzatishlar talab etilsa, iltimos, bildiring!

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Ashirov Shamshiddin, Mamatov Abdurayim, Boymirov Sherzod, Sattarkulov Komil, Daminov Rahim. [Development of problem technology of teaching in physics](#). - European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences, 2019.
2. Sherzod Boymirov, Shamshiddin Ashirov, Alijon O'rozboqov, Abduraim Mamatov, Islom Shermatov. [The effect of using interactive methods in teaching physics](#). ACADEMICIA: An International Multidisciplinary Research Journal. 2021. 11 (3), p-962-971.
3. Sherzod Boymirov, Shamshiddin Ashirov, Alijon Urozbokov, Abduraim Mamatov, Olimjon Xolturayev. [Increase the creativity of students by creating problem](#)

[situations when teaching the physics mechanics section](#). Asian Journal of Multidimensional Research (AJMR). 2021. 10 (3), p-247-253.

4. Boymirov Sherzod Tuxtaevich, Gayibnazarov Rozimurod Bakhtiyorovich, Axmedova Manzura Gulomjonovna, Berdikulova Shakhsanam Umaraliyevna, Saparova Gulmira Bakhtiyarovna. [Principles of selection of materials on the problem method of teaching physics in secondary schools](#). Texas Journal of Multidisciplinary Studies. 2022. P-283-288.

5. Makhmudov Yusup Ganievich, Boymirov Sherzod Tuxtaevich. [Types of Positive Communication in the Problematic Teaching of Physics in Secondary Schools](#). Academicia Globe: Inderscience Research. 2022. P-241-243.

6. Boymirov Sherzod Tuxtaevich, Gayibnazarov Rozimurod Bakhtiyorovich, Axmedova Manzura Gulomjonovna, Berdikulova Shakhsanam Umaraliyevna, Muminjonov Sadiqbek Ikromjonovich. [The Role of Problematic Types of Physics Questions in Directing the Reader to Creative Activity](#). The Peerian Journal. 2022. P-54-58.

7. Makhmudov Yusup Ganievich, Boymirov Sherzod Tuxtaevich. [Step-By-Step Processes of Creative Activity of Students in ProblemBased Teaching of the Department of Physics “Electrodynamics” in Secondary Schools](#). Eurasian Journal of Learning and Academic Teaching. 2022. P-132-135.

8. Boymirov Sherzod Tuxtayevich, PRINCIPLES OF MATERIAL SELECTION IN PROBLEM TEACHING OF ELECTRODYNAMICS. Scientific Bulletin of Namangan State University. 2020. P-362-368.

9. Ashirov Shamshidin Axnazarovich, Boymirov Sherzod Tuxtayevich, Shermatov Islam Nuriddinovich, Khulturaev Olimjon Abduvalievich. METHODS OF FORMATION OF EXPERIMENTA. World scientific research journal. 2022. P-14-21.

10. Ashirov Shamshidin Axnazarovich, Boymirov Sherzod Tuxtayevich, Khulturaev Olimjon Abduvalievich, Shermatov Islam Nuriddinovich. DESIGN LABORATORY ASSIGNMENTS AIMED AT THE FORMATION OF EXPERIMENTAL SKILLS. World scientific research journal. 2022. P-8-13.

11. Боймиров Ш.Т. [УЗЛУКСИЗ ТАЪЛИМ ТИЗИМИДА “ЭЛАСТИКЛИК КУЧИ” МАВЗУСИНИ ЎҚИТИШ УЗВИЙЛИГИ](#). Science and innovation 3 (Special Issue 29), 350-352-b

12. Боймиров Шерзод Тухтаевич, Қурбонов Бехруз Бахтиёр Ўғли. ҚУЁШ СИСТЕМАСИДАГИ МАЙДА ПЛАНЕТАЛАРНИНГ ФИЗИК ТАБИАТИ МАВЗУСИНИ ЎҚИТИШ МЕТОДИКАСИ. Science and innovation. 2024, 353-355

13. Боймиров Шерзод Тухтаевич. УМУМТАЪЛИМ МАКТАБЛАРИДА МЕХАНИКА БЎЛИМИГА ОИД ФИЗИК ТУШУНЧАЛАР МАЗМУНИ ЎРГАНИШНИ ТАКОМИЛЛАШТИРИШ МЕТОДИКАСИ. Science and innovation. 2024. 309-312-b.

14. Boymirov Sherzod Tuxtayevich, Eshonqulova Oyjamol Nomoz Qizi. IXTISOSLASHGAN MAKTABLARDA “TERMODINAMIKANING BIRINCHI QONUNI” MAVZUSINI O‘QITISH METODIKASI. Science and innovation. 2024. 306-308-b.

15. Boymirov Sh T, Dursoatov A Ch, Tursunov Sh T. METHODOLOGY OF ORGANIZING AND ITS CONDUCT OF STUDY PRACTICE FOR PHYSICS IN HIGHER EDUCATION WITH PROBLEM CONTENT. International journal of conference series on education and social sciences (Online), 2023.

16. Boymirov Sherzod Tuxtaevich, Akbarov Abdulaziz Axrorovich. The Second General Law Of Thermodynamics Teaching Method. Czech Journal of Multidisciplinary Innovations. 2022. P-13-18.

17. Abdulla Dursoatov, Safarali Abduqodirov. POLEMIRLI ERITMALARNING REOLOGIK XOSSALARINI O‘RGANISH. Science and innovation. 2024.134-137-b

18. Abdulla Dursoatov, Humoyuddin Boboniyozov. SIRKA KISLOTASIDA COOH GURUHNING MOLEKULALARARO O‘ZARO TA’SIRDAGI ROLI VA ULARNING KOMBINATSION SOCHILISH SPEKTRLARINI O‘RGANISH. Science and innovation. 2024. 138-141-b

19. Abdulla Dursoatov, Ilhom Turdaliyev. CHUMOLI KISLOTASIDA COOH GURUHNING MOLEKULALARARO O‘ZARO TA’SIRDAGI ROLI VA ULARNING

KOMBINATSION SOCHILISH SPEKTRLARINI O'RGANISH. Science and innovation. 2024. 125-129-b

20. Shokir Tursunov, Abdulla Dursoatov, Ulug'bek Qurbonov. SBT BO'YOQ VA UNING HOMODIMERLARINING ERITMALARI SPEKTRAL-LUMINESSENT VA FOTOKIMYOVIY XUSUSIYATLARI. Science and innovation. 2024. 81-85-b

21. Boymirov Sherzod, Dursoatov Abdulla. Monokarbon kislotalarda cooh guruhning molekulalararo o'zaro ta'siridagi roli va ularning kombinatsion sochilish spektrlari. Educational Research in Universal Sciences. 244-250-b