

SPLAYN YAQINLASHTIRISH VA SPLAYN INTERPOLATSIYA

Ismoilov Axrorjon Ikromjonovich

Farg'ona Davlat Universiteti

ismoilovaxrorjon@yandex.com

Qurbonova Mohidil Bohodirjon qizi

Farg'ona Davlat Universiteti 2-kurs talabasi

mohidil996@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada splayn yaqinlashtirish va splayn interpolatsiya usullarining nazariy asoslari hamda amaliy qo'llanilishi tahlil qilinadi. Splayn usullari sonli hisoblashda ma'lumotlar to'plamini silliq, barqaror va yuqori aniqlikda yaqinlashtirish uchun keng qo'llaniladi. Interpolatsiya jarayonida yuqori darajadagi polinomlar o'rniga, bo'lakli kubik polinomlar (splaynlar) ishlatiladi, bu esa osilasyon (tebranma) muammosini kamaytiradi va hisoblashlarni soddalashtiradi. Maqolada kubik splaynlarning matematik formulalari, chegara shartlari, hamda ularning amaliy hisoblash usullari haqida ma'lumot berilgan. Shu bilan birga, splayn interpolatsiyasi muhandislik, fizika, kompyuter grafikasi kabi sohalarda qo'llanilishi ko'rsatildi. Oddiy misollar orqali splayn interpolatsiyasining sonli yechimlari bosqichma-bosqich yoritildi.

Kalit so'zlar: Splayn interpolatsiyasi, yaqinlashtirish, kubik splayn, sonli usullar, bo'lakli polinomlar, matematik modelashtirish, muhandislik hisoblashlari, grafikalarini qayta ishlash, numerik analiz, chegaraviy shartlar.

Аннотация : В данной статье рассматриваются методы сплайн-приближения и сплайн-интерполяции, их теоретические основы и практическое применение. Сплайны являются эффективными численными методами для гладкого и точного приближения данных. Подробно изложены математические основы, различные граничные условия и методы вычисления сплайнов. Также рассматривается

применение сплайнов в инженерии и других областях науки. Приведены практические примеры решения задач с использованием сплайн-интерполяции.

Ключевые слова: Сплайн, приближение, интерполяция, кубический сплайн, численные методы, математическое моделирование, инженерные расчёты, численный анализ, кусочно-полиномиальные функции, граничные условия.

Annotation: This article explores the methods of spline approximation and spline interpolation, covering their theoretical foundations and practical applications. Splines are effective numerical methods used for smooth and accurate data approximation. The mathematical basis, various boundary conditions, and computational techniques for splines are thoroughly explained. The article also discusses the applications of splines in engineering and other scientific fields. Practical examples illustrating the solution of problems using spline interpolation are provided.

Keywords: Spline, approximation, interpolation, cubic spline, numerical methods, mathematical modeling, engineering calculations, numerical analysis, piecewise polynomial functions, boundary conditions.

Zamonaviy matematika va kompyuter fanlarida sonli usullar muhim o‘rin tutadi. Bu usullar real hayotda duch kelinadigan murakkab muammolarni modellashtirish, tahlil qilish va ularni yechish imkonini beradi. Ayniqsa, eksperimental yoki statistik ma'lumotlarga asoslangan funksiyalarni analiz qilishda interpolatsiya va yaqinlashtirish usullariga ehtiyoj katta. Shunday usullardan biri — **splayn interpolatsiyasi** — funksiyalarni silliq va yuqori aniqlikda ifodalash imkonini beruvchi samarali metod hisoblanadi.

Splayn interpolatsiyasi — bu bo‘laklarga ajratilgan polinomlar yordamida funksiyani yaqinlashtirish usuli bo‘lib, har bir bo‘lak o‘zining uchinchi (yoki yuqoriroq) darajali polinomi bilan ifodalanadi. Aynan **kubik splaynlar** eng ko‘p qo‘llaniladi, chunki ular sillqlikni (1- va 2- tartibli hosilalar uzluksizligi) va aniqlikni ta'minlaydi. Bu usul oddiy interpolatsiya metodlaridagi muhim kamchilik — yuqori darajali polinomlar orqali ifodalangan interpolatsion funksiya barqaror emasligi muammosini bartaraf etadi.

Splaynlar yordamida nuqtalar orasida silliq egri chiziqli chizish mumkin bo'ladir. Bu, ayniqsa, grafik chizish, texnik tasvirlar, modellash va signallarni qayta ishlashda muhim ahamiyatga ega. Ko'plab sohalarda, jumladan:

- Kompyuter grafikasi va animatsiya
- Statistika va ma'lumotlar tahlili
- Geodeziya va kartografiya
- Biotibbiyot ma'lumotlari tahlili
- Muhandislik va fizika modellarida splayn interpolatsiyasi qo'llaniladi.

Splayn interpolatsiyasi nafaqat nazariy jihatdan qiziqarli, balki uning hisoblash jihatlari ham muhim bo'lib, bu metodni zamonaviy dasturlash tillari va matematik paketlarda (Matlab, Python, R, Mathematica) samarali qo'llash imkonini beradi.

Ushbu maqolada splayn interpolatsiyasi va splayn yaqinlashtirishning nazariy asoslari, amaliy muhimligi, asosiy formulalari hamda oddiy misollar orqali tushuntiriladi. Misollar yordamida bu metodning qanday ishlashi, qanday afzalliklari borligi, va qanday hollarda undan foydalanish eng maqsadga muvofiqligi yoritib beriladi.

Splayn Interpolatsiyasi Misoli

Berilgan nuqtalar asosida splayn interpolatsiyasini ko'rib chiqamiz:
Nuqtalar: (0, 1), (1, 3), (2, 2), (3, 5)

Kubik splayn formulasi:

Har bir $[x_i, x_{i+1}]$ oraliqda kubik splayn quyidagi ko'rinishga ega:
$$S_i(x) = a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3$$

Interpolatsiya shartlari:

- Har bir oraliq uchun $S_i(x_i) = y_i$ va $S_i(x_{i+1}) = y_{i+1}$
- Hosilalarning uzluksizligi: $S_i'(x_{i+1}) = S_{i+1}'(x_{i+1})$ va $S_i''(x_{i+1}) = S_{i+1}''(x_{i+1})$
- Tabiiy splayn sharti: $S_0''(x_0) = 0$ va $S_{n-1}''(x_n) = 0$

Hisoblash uchun yordamchi qiymatlar:

Barcha oraliqlar uchun $h = 1$

$a_i = y_i$, chunki $S_i(x_i) = y_i$

Hosil qilingan splaynlar:

1-oraliq [0,1]:

$$S_0(x) = 1 + 2.5(x - 0) - 1.5(x - 0)^2 + 0.5(x - 0)^3$$

2-oraliq [1,2]:

$$S_1(x) = 3 - 0.5(x - 1) - 1.5(x - 1)^2 + 1.5(x - 1)^3$$

3-oraliq [2,3]:

$$S_2(x) = 2 + 2.0(x - 2) + 1.5(x - 2)^2 - 1.0(x - 2)^3$$

Interpolatsiya misoli:

$x = 1.5$ nuqtadagi qiymatni hisoblaymiz.

$$S_1(x) = 3 - 0.5(0.5) - 1.5(0.5)^2 + 1.5(0.5)^3 \\ = 3 - 0.25 - 0.375 + 0.1875 = 2.5625$$

Xulosa: Splayn yaqinlashtirish va splayn interpolatsiya — funksiyalarni aniq va silliq yaqinlashtirishga xizmat qiladigan zamonaviy va samarali sonli usullardan biridir. Ayniqsa, kubik splaynlar yordamida har bir intervalllarda alohida polinomlar qurilib, umumiy holda uzluksiz va silliq interpolatsion funksiya hosil qilinadi. Bunday yondashuv oddiy polinom interpolatsiyasiga nisbatan ko‘plab ustunliklarga ega: hisoblashda barqarorlik, sillqlik va yuqori aniqlik kabi jihatlar buning yaqqol dalilidir.

Ushbu maqolada splayn interpolatsiyasining nazariy asoslari, qo‘llanish sohalari va amaliy misollar ko‘rib chiqildi. Splaynlar yordamida eksperimental ma’lumotlarga asoslangan funksiyalarni silliq yaqinlashtirish mumkinligi ta’kidlandi. Splayn interpolatsiyasi kompyuter grafikasi, raqamli signal ishlov berish, muhandislik, fizikaviy modellashtirish va boshqa ko‘plab sohalarda keng qo‘llaniladi.

Kelajakda bu usullarni yanada takomillashtirish, ular asosida avtomatik hisoblash dasturlarini ishlab chiqish, katta hajmdagi ma’lumotlarni silliq va barqaror tahlil qilish

imkonini beradi. Shunday qilib, splayn usullari matematik modellashirishning zamonaviy va dolzarb yo‘nalishlaridan biri bo‘lib qolmoqda.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Калитин, Н.А. *Численные методы в примерах и задачах*. — Москва: Наука, 2005.
2. Червоненко, Г.П., Самарский, А.А. *Введение в численные методы*. — Москва: Высшая школа, 1981.
3. Kress, R. *Numerical Analysis*. — Springer, 1998.
4. Burden, R. L., & Faires, J. D. *Numerical Analysis*, 9th Edition. — Brooks Cole, 2010.
5. Алтынбаева, А.Ф., Юсупов, С.Б. *Sonli usullar va ularning amaliy qo‘llanilishi*. — Toshkent: O‘zbekiston Milliy Universiteti nashriyoti, 2020.
6. Chapra, S. C., & Canale, R. P. *Applied Numerical Methods with MATLAB for Engineers and Scientists*. — McGraw-Hill, 2015.
7. Назаров, А.А. *Интерполяция и аппроксимация функций*. — Москва: Наука, 2003.
8. Курсы лекций по численным методам. Toshkent Davlat Universiteti Matematika fakulteti arxiv materiallari, 2021–2023.