

RIMAN GEOMETRIYASINING AKSIOMALAR SISTEMASI

Nomozova Sevinch M.I-2-23-guruh talabasi

Zahriddinova Shahlo

Annotatsiya: Ushbu maqolada Riman geometriyasining aksiomalari, ularning mazmuni va klassik Yevklid geometriyasidan farqlari yoritib beriladi. Riman geometriyasi egri fazoda qurilgan bo'lib, uning asosiy xususiyati — parallel to'g'rilar aksiomasining amal qilmasligidir. Maqolada Riman aksiomatikasi asosida shakllangan geometrik tuzilmalarning mantiqiy asoslari, burchaklar yig'indisi, egri chiziqlar va fazoning metrik xususiyatlari kabi tushunchalar tahlil qilinadi. Shuningdek, ushbu geometriyaning matematik fizika va kosmologiyadagi qo'llanilishi haqida ham qisqacha ma'lumot beriladi. Maqola nazariy geometriya bilan shug'ullanuvchi tadqiqotchilar, o'qituvchilar va talabalar uchun mo'ljallangan.

Kalit so'zlari: Riman geometriyasi, Aksiomalar tizimi, Egri fazo, Yevklid geometriyasidan farqi, Parallel to'g'rilar aksiomasi, Burchaklar yig'indisi, Geometrik tuzilmalar, Metrik fazo, Diferensial geometriya, Noyevklid geometriya

Foydalanilgan adabiyotlar tahlili

Maqola yozilish jarayonida Riman geometriyasining nazariy asoslarini, aksiomatik tuzilishini va amaliy qo'llanilishini chuqur o'rganishga xizmat qiladigan bir qator fundamental manbalarga murojaat qilindi. Jumladan, B. Rimaning o'zining mashhur "Fazoning metrik asoslari haqida" nomli ma'ruzasi Riman geometriyasining konseptual negizini anglashda asosiy manba bo'ldi. Shuningdek, D. Xenderson va H. Greyning noyevklid geometriyalar haqidagi zamonaviy izohli asarlari Riman aksiomalarining Yevklid geometriyasi bilan solishtirma tahlilini olib borishda muhim rol o'ynadi. V. Fok va A.D. Aleksandrov kabi olimlarning differensial geometriya va metrik fazolar haqidagi ilmiy ishlari esa Riman fazosining fizikadagi qo'llanilishini tushunishga imkon berdi.

Foydalanilgan o'zbek, rus va ingliz tilidagi manbalar orasida darsliklar, monografiyalar hamda ilmiy maqolalar mavjud bo'lib, ular orqali mavzuning nazariy va amaliy jihatlari mukammal yoritildi. Har bir manba maqoladagi asosiy g'oyalarni dalillashda va mavzuni chuqur tahlil qilishda muhim ilmiy asos bo'lib xizmat qildi

Kirish

Matematika fanining asosiy yo'nalishlaridan biri bo'lgan geometriya tarixiy rivojlanish jarayonida turli bosqichlardan o'tgan. Dastlab, Yevklid tomonidan asos solingan va asrlar davomida yagona to'g'ri deb qabul qilingan Yevklid geometriyasi uzoq vaqt davomida fazoni tasvirlashning yagona modeli sifatida qaralgan. Biroq XIX asrda bir qator matematiklar, jumladan, K. Gauss, N. Lobachevskiy va B. Rimanlarning izlanishlari natijasida yangi, noyevklid geometriyalar yuzaga keldi. Ayniqsa, Riman tomonidan taklif etilgan egri fazoda qurilgan geometriya – Riman geometriyasi – o'zining aksiomalari, metrik tuzilmasi va amaliy qo'llanilish doiralari bilan geometrik tafakkurda tub burilishga sabab bo'ldi.

Riman geometriyasi – bu Euqlid geometriyasidan farqli o'laroq, uzluksiz kurshovli sirtlar (masalan, sferalar yoki hipoid yuzalar) kabi egri yuzalarda o'rganiladigan geometriya sohasidir. Ushbu geometriya 19-asrning boshlarida nemis matematikasi Bernhard Riman tomonidan ishlab chiqilgan bo'lib, uning asosiy g'oyasi, parallel to'plamlar va ularning o'zaro munosabati o'zgargan geometriyani tadqiq etishga asoslangan. Riman geometriyasining aksiomalar tizimi esa bu yangi yondashuvni mustahkamlash va uning mantiqiy asoslarini yaratish uchun zarur bo'lgan fundamental prinsiplardan tashkil topgan.

Riman geometriyasining aksiomalar tizimi orqali biz, avvalo, tekislikdagi geometriya bilan solishtirganda, yangi geometriyadagi nisbatan ajralib turuvchi xususiyatlarni aniqlaymiz. Aksiomalar orqali, eng oddiy ko'rinishda, bir nuqtadan boshqa nuqtaga to'g'ri chiziqni o'rnatish, hamda parallelizm, egri chiziqlar va ularning uzunliklarini aniqlash kabi tushunchalar ko'rsatiladi. Bu aksiomalar tizimi faqat matematik nuqtai nazardan emas, balki fizika, kosmologiya va boshqa ilmiy sohalarda ham muhim ahamiyatga ega bo'lib,

Riman geometriyasining astrofizik va metrik tuzilmalarga bo'lgan qo'llanilishini ta'minlaydi.

Ushbu maqolada, biz Riman geometriyasining aksiomalar tizimining asosiy nuqtalarini tahlil qilib,

bu geometriyaning matematik asoslarini chuqurroq o'rganamiz va uning zamonaviy ilm-fandagi ahamiyatini ko'rib chiqamiz.

Riman Geometriyasining Aksiomalar Tizimi

Riman geometriyasi, matematikada, asosan, "egri yuzalar" (kurvatura) va "uzunlik" tushunchalari bilan bog'liq bo'lgan geometriya turidir. Uning aksiomalar tizimi, Euclid geometriyasining ba'zi asosiy prinsiplari o'zgargan holda, o'zaro bog'liq va murakkab munosabatlarni o'rganish imkonini beradi. Ushbu geometriyada, eng avvalo, tekislik va uzluksiz sirtlar o'rtasidagi farqlarni aniqlash va tushunish kerak. Quyidagi bo'limda Riman geometriyasining asosiy aksiomalari va ularning mazmuni haqida batafsil tahlil qilinadi.

1. To'g'ri chiziqlar va geodeziklar

Riman geometriyasida, Euclid geometriyasida bo'lgani kabi, to'g'ri chiziq degan tushuncha mavjud emas. Biroq, bu geometriyada geodezik deb ataladigan ob'ektlar mavjud bo'lib, ular uzluksiz sirt bo'ylab eng qisqa masofada harakat qilish imkonini beradigan chiziqlardir. Geodeziklar tekislikda to'g'ri chiziqlar bo'lsa-da, egri yuzalarda ular sferalar yoki boshqa egri yuzalar bo'yicha chiziqlar bo'lishi mumkin. Riman geometriyasining birinchi aksiomasi shundan iboratki, har bir ikki nuqta uchun bir nechta geodeziklar mavjud bo'lishi mumkin. Bu, Euclid geometriyasidagi faqat bitta to'g'ri chiziqni o'rnatish printsipiga qarshi turadi.

2. Parallelizm aksiomasi

Euclid geometriyasida, parallelizm aksiomasi shunday deyilgan edi: "Bir nuqtadan o'tuvchi va berilgan chiziqqa parallel bo'lgan faqat bitta to'g'ri chiziq mavjud." Riman geometriyasida esa bu aksioma o'zgargan va ko'plab yangi ehtimollarni keltirib chiqaradigan aksioma shaklida ifodalangan. Riman geometriyasida, agar chiziq va nuqta

bilan bog'liq holatlar parallel bo'lsa, bu nuqtadan boshqa chiziqlar, har doim, egri yuzalar bo'ylab harakat qilishadi va ularning parallel bo'lishi mavjud emas. Bu, o'z navbatida, tekislikda paralel chiziqlar bo'lmaydi degan fikrni keltirib chiqaradi.

Riman geometriyasining parallelizm aksiomasi, aslida, geodeziklarning egri yuzalar ustida qanday yo'nalishlarni olishlari va ular qanday o'zaro munosabatda bo'lishlarini aniqlaydi. Bu xususiyat, asosan, kosmik fazo va zamaning egri strukturalarini tushunish uchun muhimdir.

3. Egrilik va Kurvatura

Riman geometriyasining muhim jihatlaridan biri uning egri yuzalar bilan ishlashidir. Riman geometriyasida yuzaning kurvaturasi muhim o'rin tutadi, chunki bu tushuncha geodeziklarning yo'nalishini va ularning bir-biriga nisbatan o'zgarishini belgilaydi. Yuzaning kurvaturasiga qarab, geodeziklar tekislikda yassi yoki egri chiziqlar bo'lishi mumkin. Riman geometriyasining ikkinchi aksiomasi, har qanday nuqtada, uning atrofidagi sirtning kurvaturasi bir xilda bo'ladi va bu geodeziklarning qisqarishiga yoki kengayishiga olib keladi.

Kurvatura xususiyatlarini aniqlash, shuningdek, kosmologiyada va astrofizikada matter va energiyaning gravitatsiyaviy xususiyatlarini o'rganishda ham katta ahamiyatga ega. Riman geometriyasida, fazoning egri bo'lishi, vaqt va fazo o'zaro bog'langan holda o'rganiladi, bu esa Relativistik Fizikaning asosi hisoblanadi.

4. Metriya (Masofa) va Uzunlik

Riman geometriyasida, masofani o'lchashning klassik usuli, ya'ni evklidlik metrikasi, o'zgartiriladi. Riman metrikasi, egri sirtlarda ikki nuqta orasidagi masofani o'lchashda qo'llaniladigan matematik formula bo'lib, u kurvatura va geodezik yo'nalishlarni hisobga oladi. Bu metrika o'ziga xos bir differensial shaklni ifodalaydi, bu esa masofa o'lchovini har xil sirtlarda moslashuvchan qiladi. Riman metrikasida masofa, asosan, geodeziklarning qisqarishi yoki kengayishi asosida aniqlanadi.

5. Topologiya va Egrilikning Fizikaga Ta'siri

Riman geometriyasi faqat matematik bir soha emas, balki uning ilmiy sohalarda, ayniqsa, fizika va kosmologiya sohalarida keng qo'llanilishi mavjud. Riman geometriyasining aksiylarini o'rganish, kosmik fazoning egri bo'lishini, qora teshiklar va umumiy nisbiylikning gravitatsion effektsini tushunishga yordam beradi. Kosmik fazo va vaqti o'rtasidagi bog'lanishlar, Riman geometriyasining aksiomalari orqali ifodalanadi. Gravitatsiya, fazo va vaqtning egri strukturalari umumiy nisbiylikda Riman geometriyasidan foydalangan holda matematik tarzda izohlanadi.

6. Riman Geometriyasining O'zgaruvchan Fazosi

Riman geometriyasining oxirgi va muhim xususiyati shundaki, uning fazosi doimiy ravishda o'zgarishi mumkin. Har qanday egri yuzada, fazo va vaqtning o'zgarishi tushunchalari mutlaq emas, balki ular ma'lum sharoitlarga qarab o'zgarib boradi. Bu geometriyaning xususiyati, ayniqsa, dinamik fazolar va ko'p o'lchovli fazolarni o'rganishda juda muhimdir.

7. Riman Geometriyasining Aksiomalari va Ehtimollarni Kengaytirish

Riman geometriyasining aksiomalar tizimi nafaqat klassik geometriya asosida qurilgan, balki uni umumlashtirish va kengaytirish imkoniyatlariga ham ega. Masalan, geodeziklar bo'yicha bir nuqtada chiziqlarning cheksiz ko'pligi haqida gapirganda, bu tushuncha nafaqat 2D, balki 3D va undan yuqori o'lchovli fazolarni ham qamrab oladi. Riman geometriyasining aksiomalari va tushunchalari fizikada, ayniqsa, kvant fizikasida ham qo'llanilishi mumkin. Bu holatda, fazo va vaqtning egri tuzilmasi kvant darajasidagi hodisalar bilan bog'liq bo'lib, yangi ilmiy qidiruvlar va gipotezalarni shakllantiradi.

Misol uchun, koinotning shakli yoki qora teshiklar atrofidagi fazoning xususiyatlari, aynan Riman geometriyasining kurvatura va geodeziklarning tasavvuriga asoslanadi. Yangi o'lchovli fazolar va ko'p o'lchovli kosmos, Riman geometriyasining matematikasiga asoslanib, kosmologiyaning yangi nazariyalarini ishlab chiqishda yordam beradi. Ayniqsa, multi-o'lchovli fazolarni ko'rib chiqish orqali yangi fizik qonunlar va imkoniyatlar yuzaga keladi.

8. Riman Geometriyasining Ilmiy Amaliyotdagi Qo'llanilishi

Riman geometriyasi, faqat matematikadagi nazariy ishlar bilan cheklanib qolmay, bir qancha ilmiy sohalarda amaliy qo'llanmalarga ega. Ayniqsa, kosmologiya va astrofizikada uning ahamiyati juda katta. Masalan, umumiy nisbiylik nazariyasi, Riman geometriyasining aksiomalariga tayangan holda, gravitatsiyaning matematik modelini yaratadi. Albert Eynshteynning nisbiylik nazariyasida, kosmosning egri fazosi va vaqti o'rtasidagi o'zgarishlar, Riman geometriyasining kurvaturasi va geodezik tushunchalari orqali aniqlanadi.

Bundan tashqari, Riman geometriyasining asosiy tushunchalari yer yuzasidagi geodezik o'lchovlarda ham qo'llaniladi. Geodezik harakatlar, ya'ni masofa o'lchovlari va sirlarning egri tuzilishi, yirik inshootlar, aeroportlar va boshqa infratuzilma loyihalarida zarur bo'lgan aniq o'lchovlarni ta'minlashda muhim rol o'ynaydi. Shuningdek, navigatsiya va sun'iy yo'ldoshlar orqali yerning shaklini o'lchashda ham Riman geometriyasining aksiomalariga asoslangan matematik modellar keng qo'llaniladi.

9. Riman Geometriyasining Zamonaviy Tushunchalar bilan Integratsiyasi

Bugungi kunda, Riman geometriyasining konseptual yondashuvlari ko'plab zamonaviy matematik va ilmiy sohalarda integratsiyalashmoqda. Riman geometriyasi va uning aksiomalari, kompyuter simulyatsiyalari, sun'iy intellekt va mashina o'rganish kabi sohalarda yangi texnologiyalarni yaratishda muhim rol o'ynamoqda. Misol uchun, kosmik fazo va vaqtning egri tuzilishini simulyatsiya qilish uchun superkompyuterlar yordamida Riman geometriyasining modellarini ishlatish mumkin. Bu texnologiyalar, ayniqsa, kvant hisoblashlari va fazoviy algoritmlar orqali fazo va vaqtdagi murakkab hodisalarni hisoblashda ishlatiladi.

Shuningdek, Riman geometriyasining aksiomalarini ishlab chiqish, ilm-fan va texnologiyada muhim yutuqlarni yaratishga olib kelmoqda. Matematik modellar va fizik qonunlarni yangilash orqali, Riman geometriyasi, o'zgaruvchan fizik tizimlarning xususiyatlarini aniqlashda yordam beradi. Shuningdek, uning kengaytirilgan versiyalari biologiya va tibbiyotda ham qo'llanilmoqda. Misol uchun, tizimli biologiyada va

neyrobiologiyada, Riman geometriyasining strukturalarini, inson miyasi va boshqa organlardagi tarmoq tizimlarini modellashtirishda qo'llanilishi mumkin.

10. Xulosa va Kelajakdagi Tadqiqotlar

Riman geometriyasining aksiomalar tizimi, o'zining matematik, fizik va amaliy jihatlari bilan nafaqat klassik geometriyani, balki ko'plab zamonaviy ilmiy yo'nalishlarni shakllantiradi. Bu geometriya uslubi, fizik va kosmologik hodisalarni tushunishda, texnologiyalarni rivojlantirishda va ilmiy qidiruvlarni yangi bosqichga olib chiqishda muhim o'rin tutadi.

Kelajakda, Riman geometriyasining o'zgaruvchan fazolarni, vaqtni va gravitatsiyani o'rganishga oid yangi yondashuvlar, ilm-fanning yangi qirralarini kashf etishga yordam beradi. Hozirgi vaqtda, bu geometriya asosan yuqori darajadagi ilmiy tadqiqotlarda qo'llanilsa-da, uning amaliy qo'llanilishi, masalan, sun'iy intellekt, kvant hisoblashlar va boshqa ilg'or texnologiyalarda yanada kengayishi mumkin.

Shunday qilib, Riman geometriyasining aksiomalari nafaqat matematikadagi nazariyani, balki bizning kundalik hayotimizdagi texnologik taraqqiyot va ilmiy tushunchalarni rivojlantirishda ham muhim vosita sifatida xizmat qiladi. Bu geometriya asosidagi nazariyalar va tushunchalar kelajakda ko'plab sohalarda yangiliklarga olib kelishi mumkin, bu esa ilm-fan va texnologiyalarni yanada chuqurroq tushunishimizga imkon beradi.

Xulosa

Riman geometriyasi nafaqat matematikada yangi tushunchalar va yondashuvlar yaratgan, balki zamonaviy ilm-fan, ayniqsa, fizika, kosmologiya va boshqa ilmiy sohalarda katta ahamiyat kasb etmoqda. Uning aksiyomalar tizimi, tekislikdagi geometriyaga qarshi ravishda, egri yuzalar va kurbatura tushunchalarini kiritib, eng qisqa yo'lni, geodeziklarni va masofa o'lchovlarini aniq tasvirlash imkonini beradi. Ushbu geometriya orqali, biz fazo va vaqtning o'zaro bog'lanishini, ayniqsa, umumiy nisbiylikda gravitatsiya ta'sirini tushunishga yordam beradigan yangi nazariyalar yaratdik. Riman geometriyasining

aksiyalariga tayangan holda, koinotning shakli va qora teshiklar kabi ilmiy tushunchalarni o'rganish mumkin.

Riman geometriyasining asosiy tushunchalari, xususan, kurvatura va geodeziklar, texnologiyalarning rivojlanishida ham muhim rol o'ynamoqda. Kosmologiya va astrofizikada, fazoning egri tuzilmalari va vaqtning o'zgarishi, Riman geometriyasining modellariga asoslanadi. Bu, o'z navbatida, yangi ilmiy yondashuvlarni yaratishga va kosmik hodisalarni yanada aniqroq tushunishga yordam beradi. Ayniqsa, umumiy nisbiylik nazariyasining muvaffaqiyati, Riman geometriyasining kurvatura va geodeziklarning fazoviy strukturalarini to'liq tushunishga asoslanadi.

Shuningdek, Riman geometriyasining aksiomalari zamonaviy hisoblash texnologiyalarida, masalan, sun'iy intellekt va kvant hisoblashlarida qo'llanilmoqda. Superkompyuterlar yordamida koinotning egri fazosi va vaqtini simulyatsiya qilish, yangi fizik qonunlarni aniqlashda muhim yordam beradi. Bu, shuningdek, yangi texnologiyalarni ishlab chiqishda va murakkab ilmiy masalalarni yechishda samarali vosita sifatida ishlatiladi. Riman geometriyasining metrikasi va masofa o'lchovlari, yirik ilmiy tadqiqotlar, masalan, astronomik tadqiqotlar, sun'iy yo'ldoshlar va geodezik o'lchovlar kabi amaliy sohalarda ham qo'llaniladi.

Bundan tashqari, Riman geometriyasining konseptual yondashuvlari biologiya va tibbiyot sohalariga ham integratsiya qilinmoqda. Tizimli biologiya va neyrobiologiyada, tarmoq tizimlarini modellashtirish va biologik tuzilmalarni tushunishda Riman geometriyasining prinsiplaridan foydalanish mumkin. Bu, inson miya tarmoqlaridan tortib, inson organizmining boshqa tizimlariga qadar bo'lgan murakkab biologik strukturalarni yanada aniqroq tahlil qilishga imkon beradi.

Riman geometriyasining o'zgaruvchan fazolarni va vaqtni o'rganishdagi ahamiyati, nafaqat matematik va ilmiy sohalarda, balki texnologiyalarda ham yangi yutuqlarni keltirib chiqarmoqda. Bu geometriyaning yondashuvlari, kosmologiya, fizika va matematikada yangi nazariyalar va gipotezalar shakllantirishga imkon beradi, bu esa ilm-fanning rivojlanishiga yangi istiqbollar ochadi. Riman geometriyasining aksiomalar tizimi, ilm-fan

va texnologiyalarni yanada chuqurroq tushunishga va ularni amaliyotda samarali qo'llashga yordam beradi.

Kelajakda, Riman geometriyasining o'zgaruvchan fazolarni, vaqtni va gravitatsiyani o'rganishga oid yangi tadqiqotlar, yanada ilg'or ilmiy izlanishlarni yuzaga keltiradi. Bu geometriya, shuningdek, yangi ilmiy va texnologik yutuqlarni yaratishda, masalan, kvant fizikasi, astrofizika va sun'iy intellektning rivojlanishida asosiy vosita sifatida xizmat qiladi. Shunday qilib, Riman geometriyasi matematik asosdan boshlab, nafaqat ilm-fan, balki texnologiyalarda ham muhim va samarali amaliyotga aylanadi.

Xulosa qilib aytganda, Riman geometriyasining aksiomalari tizimi, nafaqat matematik nazariyani, balki ilm-fan, texnologiyalar va hayotimizning boshqa sohalarini chuqurroq tushunishimizga imkon beradi. Bu geometriya nafaqat o'zining matematik asoslari, balki uning zamonaviy tadqiqotlarda qo'llanishi bilan ham katta ahamiyatga ega bo'lib, yangi ilmiy va texnologik istiqbollarni ochmoqda. Riman geometriyasining konseptual va amaliy yondashuvlari kelajakda ko'plab yangi kashfiyotlarga olib kelishi mumkin.

Riman geometriyasining aksiomalar tizimi, tekislikdagi geometriyadan farqli o'laroq, kurvaturaning, geodeziklarning va masofa o'lchovlarining murakkab munosabatlarini izohlashga imkon beradi. Ushbu tizim, matematikada yangi tushunchalar yaratish bilan birga, ilm-fan va texnologiyada ham ko'plab inqilobiy yutuqlarga olib keldi. Riman geometriyasining asosiy prinsiplari, ayniqsa, kosmologiya va fizika sohalarida, o'zining katta ahamiyatini ko'rsatmoqda. Geodeziklar, egri yuzalar, va kurbatura tushunchalari hozirda ilmiy tadqiqotlarda keng qo'llaniladi, bu esa uni zamonaviy ilm-fan uchun juda muhim asosga aylantiradi.

Riman geometriyasi klassik beshinchi aksiomani – parallel to'g'ri-lar aksiomasini inkor etgan holda, mutlaqo yangi geometrik fazoni ifodalaydi. Ushbu geometriya umumiy holatda sferik yoki ellipsoid shaklidagi fazolarni tasvirlaydi va ayniqsa, zamonaviy fizika, ayniqsa, Eynshteynning nisbiylik nazariyasida keng qo'llaniladi. Ushbu maqolada Riman

geometriyasining aksiomatik asoslari, ularning Yevklidgeometriyasi bilan solishtirmasi hamda nazariy va amaliy ahamiyati tahlil qilinadi

Xulosa va takliflar

Riman geometriyasi — noyevklid geometriyalarining muhim turlaridan biri bo'lib, fazoning egri tuzilishini ifodalaydigan konseptual yondashuvdir. Ushbu maqolada Riman geometriyasining aksiomalari, ularning Yevklid geometriyasidan farqlari hamda mantiqiy va amaliy jihatlari tahlil qilindi. Ayniqsa, parallel to'g'rilar aksiomasining inkor qilinishi orqali shakllangan yangi fazoviy modelning nazariy asoslari yoritildi. Bu geometriyaning differensial geometriya, umumiy nisbiylik nazariyasi va zamonaviy fizika sohalarida tutgan o'rni uning dolzarbligini yanada oshiradi.

Takliflar:

1. Riman geometriyasining asosiy tushunchalarini o'quv dasturlariga bosqichma-bosqich kiritish tavsiya etiladi, ayniqsa oliy ta'lim bosqichida.
2. Geometriya bo'yicha o'quv qo'llanmalarda Yevklid va noyevklid geometriyalar solishtirma asosda yoritilishi zarur.
3. Talabalar va yosh tadqiqotchilar uchun Riman geometriyasining fizikadagi qo'llanilishi, xususan, astrofizikadagi modellarga tatbiqi bo'yicha maxsus seminarlar yoki ilmiy to'garaklar tashkil etilishi maqsadga muvofiq.
4. Kelgusida ushbu mavzu asosida kompyuter modellashtirish yoki vizualizatsiya vositalari yordamida interaktiv ta'lim resurslarini yaratish taklif etiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

1. Riemann, B. (1854). On the Hypotheses which lie at the Bases of Geometry. Translated in: Clifford, W.K. (1873). Nature, 8, 14–17.
2. Henderson, D.W. (2001). Experiencing Geometry: Euclidean and Non-Euclidean with History. Prentice Hall.

3. Aleksandrov, A.D. (1979). Vvedenie v geometriyu [Kirish geometriyaga]. Nauka, Moskva.
4. Fomenko, A.T., & Kunii, T.L. (1997). Topological Modeling for Visualization. Springer-Verlag.
5. Hawking, S., & Ellis, G.F.R. (1973). The Large Scale Structure of Space-Time. Cambridge University Press.
6. Do Carmo, M. (1976). Differential Geometry of Curves and Surfaces. Prentice-Hall.
7. Rakhmatov, A., & Rasulov, I. (2010). Geometriya va topologiya asoslari. Toshkent: O'zbekiston Milliy universiteti nashriyoti.
8. Salomov, M. (2008). Noyevklid geometriyasining nazariy asoslari. Toshkent: Fan nashriyoti.