

**XUSUSIY HOSILALI DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI SONLI
YECHISH UCHUN ALGORITMLAR VA DASTURIY VOSITALARNI
SHAKLLANTIRISH.**

Mingboyev Anvarjon Akramjon o'g'li

Andijon davlat universiteti

Kompyuter tizimlari va dasturiy ta'minoti yo'nalishi magistranti

Anvarjon020609@gmail.com

Annotatsiya: Maqolada xususiy hosilali differensial tenglamalarni sonli yechish uchun algoritmik yondashuvlar va ularni dasturiy realizatsiya qilish masalalari ko'rib chiqilgan. Chekli ayirmalar va chekli elementlar usullari asosida hisoblash modellarini yaratish hamda ularning aniqlik va barqarorlik ko'rsatkichlarini baholash amalga oshirilgan. Natijalar ishlab chiqilgan dasturiy vositalarning samaradorligini tasdiqlaydi.

Kalit so'zlar: *maxsus turdagi differentsial tenglamalar (XHDT), differentsial tenglama, chekli elementlar, diskretlik (cheklanganlik), algoritm murakkabligini amalga oshirish.*

Abstract: The article considers algorithmic approaches for numerically solving partial differential equations and their software implementation. The creation of computational models based on finite difference and finite element methods and the evaluation of their accuracy and stability indicators are carried out. The results confirm the effectiveness of the developed software tools.

Keywords: *special type differential equations (SDEs), differential equation, finite elements, discreteness (Finiteness), algorithm complexity implementation.*

Аннотация: В статье рассматриваются алгоритмические подходы или программные реализации для численного решения дифференциальных уравнений в частных производных. Проводится создание вычислительных моделей на основе методов конечных разностей и конечных элементов, а также оценка показателей их точности и устойчивости. Результаты

подтверждают эффективность разработанных программных средств.

Ключевые слова: *дифференциальные уравнения специального типа (ДУЭ), дифференциальное уравнение, конечные элементы, дискретность (конечность), сложность алгоритма реализации.*

Kirish. Zamonaviy fan va texnika taraqqiyoti sharoitida murakkab matematik modellarni tahlil qilish va hisoblash jarayonlarining samaradorligini oshirish dolzarb masalalardan biri hisoblanadi. Xususan, fizik jarayonlar, muhandislik tizimlari, iqtisodiy modellar, biologik va ekologik jarayonlarni tavsiflovchi oddiy va xususiy hosilali differensial tenglamalarni yechish katta hajmdagi hisoblash resurslarini talab etadi. An'anaviy ketma-ket hisoblash usullari ko'p hollarda yuqori aniqlik va tezkorlik talablarini to'liq qondira olmaydi, bu esa hisoblash vaqtining keskin ortishiga olib keladi¹.

Tadqiqotning maqsadi.

XHDTlarni sonli usullar asosida yechish algoritmlarini ishlab chiqish va ularni zamonaviy dasturiy vositalar yordamida realizatsiya qilish.

Tadqiqot vazifalari.

1. XHDTlarning matematik modelini tahlil qilish
2. Chekli ayirmalar va chekli elementlar usullarini ishlab chiqish
3. Algoritm tuzish
4. Dasturiy realizatsiya qilish
5. Hisoblash aniqligi va barqarorligini baholash

Xususiy hosilali differensial tenglamalar tushunchasi.

¹ <https://www.devos.uz/files/3343.pdf>

Matematik modellashtirish jarayonida xususiy hosilali differensial tenglamalar (XHDT) turli ilmiy va muhandislik sohalarida muhim ahamiyat kasb etadi. Xususan, fizik jarayonlarni modellashtirish, kvant mexanikasi, elektrotexnika va gidrodinamika sohalarida XHDT keng qo'llaniladi. Ushbu maqolada ikkinchi tartibli XHDTlarning Maple matematik paketi yordamida yechish usullari yoritiladi. XHDTlar yordamida issiqlik o'tkazuvchanligi, to'lqinlar harakati, elektromagnit maydonlar va boshqa fizik jarayonlarni modellashtirish mumkin².

Agar differensial tenglamadagi noma'lum funksiya ikki va undan ortiq ko'p argumentlarga bog'liq bo'lsa, u xususiy hosilali differensial tenglama deyiladi. Bunday tenglamalarning nomidan ko'rinib turibdiki, ularda funksiyaning erkli argumentlari bo'yicha xususiy hosilalari qatnashadi³.

Umuman olganda, differentsial tenglamani bir yoki bir nechta mustaqil o'zgaruvchilarning funktsiyasi ularning hosilalari bilan ifodalanadigan tenglama sifatida yozish mumkin. Masalan, birinchi tartibli differentsial tenglama funktsiyaning birinchi hosilasidan tashkil topgan tenglama sifatida ifodalanadi:

$$dy/dx = f(x)$$

Masalan: $\partial^2 u / \partial x^2 + \partial^2 u / \partial y^2 = 0$ Bu yerda $y(x)$ funksiya, $f(x)$ esa berilgan hosiladir. Bu turdagi tenglamani funktsiyaning qiyaligini aniqlovchi tenglama sifatida qarash mumkin⁴.

²https://ilmiyanjumanlar.uz/uploads/conferences/0071/71_i_20250427_224020_4.20.pdf

³ MatLab dasturida xususiy hosilali differensial tenglamalarni yechish(2014-Navoiy)
<http://api.ziyouet.uz/uploads/books/49959/5bfcf10f38255.pdf>

⁴https://d2co7bxjtnp5o.cloudfront.net/media/documents/soff_3225_Differinsialtenglamalarni_taqriban_yechish_va_dasturini_tuzish.docx

Bu yerda $y(x)$ funksiya, $f(x)$ esa berilgan hosiladir. Bu turdagi tenglamani funksiyaning qiyaligini aniqlovchi tenglama sifatida qarash mumkin.

1.Nazariy asoslar.

1.1.XHDT asosida boshqaruv tizimlarini tahlil qilishda boshlang'ich va chegaraviy shartlar ham muhim rol o'ynaydi. Masalan, issiqlik masalasida:

Boshlang'ich shart — boshlang'ich vaqtdagi harorat taqsimoti,

Chegaraviy shartlar — haroratning chegara nuqtalardagi qiymatlari yoki issiqlik oqimi.

Shuningdek, turli fizikaviy hodisalarni tasvirlovchi boshqa ikkinchi tartibli XHDTlar ham mavjud:

To'lqin tenglamasi – tovush va elektromagnit to'lqinlar harakatini ifodalaydi, **Laplas tenglamasi** – statik issiqlik taqsimoti yoki elektr potensialini tasvirlaydi, **Navye-Stoks tenglamalari** – suyuqlik va gazlar harakatini modellashtiradi⁵.

1.2. Chekli ayirmalar xususiy hosilali differensial tenglamalarni taqribiy yechish usullaridan biri to'rlar usulidan foydalanib chegaraviy masalani yechish bilan tanishamiz. Bu usulning g'oyasiga ko'ra, masalan, soddalik uchun ikki o'zgaruvchili funksiya uchun o'lchami bir birlikli kvadrat sohada chegaraviy masalaning yechimini topish haqida tushunchalar kiritamiz. Aslida xavf

⁵ IKKINCHI TARTIBLI XUSUSIY HOSILALI DIFFERENTIAL TENGLAMALAR BILAN TAVSIFLANADIGAN OPTIMAL BOSHQARUV MASALALARINI SONLI YECHISH (ISSN:3030-3613) “T A D Q I Q O T L A R” jahon ilmiy – metodik jurnali

koordinatalar bo'yicha to'rt qadamlari har xil bo'lishi ham mumkin⁶.

$$\frac{\partial u(x, y)}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{u(x + \Delta x, y) - u(x)}{\Delta x} \approx \frac{u(x + \Delta x, y) - u(x)}{\Delta x}$$

2. Algoritmik qism

Diskretlilik (Cheklilik). Bu xossaning mazmuni algoritmni doimo chekli qadamlardan iborat qilib bo'laklash imkoniyati mavjudligida. Ya'ni uni chekli sondagi oddiy ko'rsatmalar ketma-ketligi shaklida ifodalash mumkin. Agar kuzatilayotgan jarayonni chekli qadamlardan iborat qilib qo'llay olmasak, uni algoritm deb bo'lmaydi⁷.

Diskretnlik: Algoritm alohida-alohida bosqichlardan iborat bo'lishi kerak. Har bir bosqich mustaqil bajariladi.

Tugallanish ya'ni Finiteness: Algoritm chekli sondagi bosqichlardan so'ng albatta yakunlanishi kerak.

Kiritma bo'lishi bu Input: Algoritm boshlanishida kirish ma'lumotlari berilishi kerak yoki ularni qabul qila olishi lozim.

Chiqish bo'lishi bu Output: Algoritm bajarilgandan so'ng aniq natija berilishi zarur.

Samaradorlik bu effektivlik : Har bir amal oddiy, bajarilishi mumkin bo'lgan funksiyalardan iborat bo'lishi kerak⁸.

⁶ <https://zenodo.org/record/6645794/files/ARIMS0736.pdf>

⁷ https://tami.uz/matnga_qarang.php?id=371

⁸ <https://in-academy.uz/index.php/yo/article/download/67050/42203/75812>

Algoritmning murakkabligi (complexity) Space (joy) va Time (vaqt) miqdori asosida o'lchanadigan qiymat. Bunda Time dasturning ishlash jarayonida ketqizadigan vaqti; Space esa input, o'zgaruvchilar, output uchun kerak bo'ladigan joy miqdori. Bu ikki faktor algoritmni effektivligini aniqlaydi. Yaxshi algoritmlarda Space va Time kam miqdorda bo'ladi, bu esa usha algoritmda yozilgan kodning ishlash tezligini, **performanceni** oshiradi⁹.

Xususiyl hosilali differensial tenglamalarni sonli yechish uchun algoritmlar va dasturiy vositalarni shakllantirishda dasturiy ta'minot(realizatsiya) muhim ahamiyatga ega. Chunki u siz dastur ishlamaydi. Algoritm Python dasturlash tilida amalga oshirildi. Hisoblash jarayonida quyidagi kutubxonalar ishlatildi:

- NumPy
- SciPy
- Matplotlib

Dasturiy ta'minot sifatining asosiy jihatlarini quyidagicha ajratib ko'rsatish mumkin:

- Funksionallik - dasturiy ta'minotning belgilangan talablarga muvofiq zarur funksiyalarni bajarish qobiliyati.
- Ishonchlilik - ma'lum sharoitlarda va ma'lum vaqt davomida dasturning xatosiz ishlashi ehtimoli.
- Foydalanish qulayligi - oxirgi foydalanuvchilar tomonidan dasturiy mahsulotni ishlab chiqish va boshqarish qulayligi.

⁹ <https://walker.uz/2020/06/26/algoritm-va-algoritm-murakkabligi-haqida/>

- Samaradorlik - bu dasturiy ta'minotning zarur funksiyalarni bajarishda tizim resurslaridan maksimal darajada samarali foydalanish qobiliyati.
- Texnik xizmat ko'rsatish - bu dasturiy mahsulotni osongina tahlil qilish, o'zgartirish va yangilash qobiliyati.
- Portativlik - bu dasturiy ta'minotning turli muhitlarda ishlash qobiliyati¹⁰.

Tajriba natijalari

Ishlab chiqilgan algoritm Python dasturlash tilida chekli ayirmalar usuli asosida sinovdan o'tkazildi. Tajriba natijalari shuni ko'rsatdiki, to'g'ri qadami kichraytirilganda yechim aniqligi oshadi, biroq hisoblash vaqti ortadi.

Olingan sonli natijalar analitik yechimga yaqin qiymatlarni berdi hamda algoritm barqaror va samarali ishlashi tasdiqlandi.

Tahlil va Muhokama natijasi:

Maqolada keltirilgan ma'lumotlar shuni ko'rsatadiki, muallif xususiy hosilali differensial tenglamalarni (XHDT) yechishda Python dasturlash tili va uning NumPy, SciPy, Matplotlib kabi kutubxonalaridan foydalangan. Algoritmning chekli qadamlardan iborat bo'lishi (diskretlilik) va uning samaradorligi (vaqt va xotira sarfi) asosiy tahlil obyekti sifatida olingan.

Xulosa qilib aytganda, ushbu ish xususiy hosilali differensial tenglamalarning nazariy tahlilidan boshlab, ularni dasturiy kod darajasida realizatsiya qilish va algoritmlarning samaradorligini baholashgacha bo'lgan yaxlit tizimni qamrab oladi. Maqola xususiy hosilali differensial tenglamalarni nafaqat matematik nuqtai nazardan tahlil qiladi, balki ularni dasturiy ta'minot (Python)

¹⁰ DASTURIY TA'MINOT SIFATINI TA'MINLASH -"KAMOLOT" nashriyoti Buxoro-2024

yordamida yechishning to'liq siklini – algoritmdan tortib to sifat nazoratigacha (funksionallik, ishonchlilik, portativlik) qamrab oladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. <https://www.devos.uz/files/3343.pdf>
2. https://ilmiyanjumanlar.uz/uploads/conferences/0071/71_i_20250427_2_24020_4.20.pdf
3. MatLab dasturida xususiy hosilali differensial tenglamalarni yechish(2014-Navoiy)
<http://api.ziyonet.uz/uploads/books/49959/5bfcf10f38255.pdf>
4. https://d2co7bxjtnp5o.cloudfront.net/media/documents/soff_3225_Differensial_tenglamalarni_taqriban_yechish_va_dasturini_tuzish.docx
5. IKKINCHI TARTIBLI XUSUSIY HOSILALI DIFFERENTIAL TENGLAMALAR BILAN TAVSIFLANADIGAN OPTIMAL BOSHQARUV MASALALARINI SONLI YECHISH (ISSN:3030-3613) “T A D Q I Q O T L A R “jahon ilmiy – metodik jurnali
6. <https://zenodo.org/record/6645794/files/ARIMS0736.pdf>
7. https://tami.uz/matnga_qarang.php?id=371
8. <https://in-academy.uz/index.php/yo/article/download/67050/42203/75812>
9. <https://walker.uz/2020/06/26/algoritm-va-algoritm-murakkabligi-haqida/>
- 10.DASTURIY TA'MINOT SIFATINI TA'MINLASH -“KAMOLOT” nashriyoti Buxoro-2024