

15.02.2026

TEZIS

**XUSUSIY HOSILALI DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI SONLI
YECHISH UCHUN ALGORITMLAR VA DASTURIY VOSITALARNI
SHAKLLANTIRISH**

Andijon Davlat Universiteti magistranti:

Mingboyev Anvarjon Akromjon o'g'li

Annotatsiya:

Mazkur tadqiqot xususiy hosilali differensial tenglamalarni (XHDT) sonli yechish uchun zamonaviy algoritmik yondashuvlar va samarali dasturiy vositalarni shakllantirishga bag'ishlanadi. Amaliy fanlar va muhandislik masalalarida uchraydigan ko'p o'lchamli, noxiziqli va murakkab chegaraviy shartlarga ega differensial modellarni analitik usulda yechish imkoniyati cheklanganligi sababli, barqaror va yuqori aniqlikdagi sonli metodlarni ishlab chiqish dolzarb vazifa hisoblanadi. Tadqiqotda differensial operatorlarni diskretlashtirishning nazariy asoslari, yaqinlashuv va barqarorlik masalalari hamda katta o'lchamli algebraik sistemalarni samarali yechish mexanizmlari ko'rib chiqiladi. Algoritmilar zamonaviy dasturlash muhitida implementatsiya qilinib, hisoblash samaradorligi va xotira tejankorligi nuqtai nazaridan tahlil etiladi. Ish natijalari ilmiy modellashtirish, texnologik jarayonlarni simulyatsiya qilish va muhandislik hisoblashlarida qo'llash imkonini beradi.

Kalit so'zlar:

Xususiy hosilali differensial tenglamalar, sonli usullar, diskretlashtirish, barqarorlik, yaqinlashuv, chekli ayirmalar usuli, chekli elementlar usuli, iteratsion algoritmilar, siyrak matritsalar, parallel hisoblash, dasturiy modellashtirish.

Annotation:

This research is devoted to the development of modern algorithmic approaches and effective software tools for numerical solution of partial differential equations (PDEs). Due to the limited ability to analytically solve multidimensional, nonlinear and complex boundary conditions differential models encountered in applied sciences and engineering, the development of stable and high-precision numerical methods is an urgent task. The research considers the theoretical foundations of discretization of differential operators, convergence and stability issues, and mechanisms for effective solution of large-dimensional algebraic systems. The algorithms are implemented in a modern programming environment and analyzed in terms of computational efficiency and memory efficiency. The results of the work allow for their application in scientific modeling, simulation of technological processes, and engineering calculations.

Keywords:

Differential equations with special derivatives, numerical methods, discretization, stability, convergence, finite difference method, finite element method, iterative algorithms, sparse matrices, parallel computing, software modeling.

Аннотация:

Данное исследование посвящено разработке современных алгоритмических подходов и эффективных программных средств для численного решения дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП). В связи с ограниченными возможностями аналитического решения многомерных, нелинейных и сложных граничных условий дифференциальных моделей, встречающихся в прикладных науках и технике, разработка устойчивых и высокоточных численных методов является актуальной задачей. В исследовании рассматриваются теоретические основы дискретизации дифференциальных операторов, вопросы сходимости и устойчивости, а также механизмы эффективного

решения многомерных алгебраических систем. Алгоритмы реализованы в современной среде программирования и проанализированы с точки зрения вычислительной эффективности и эффективности использования памяти. Результаты работы позволяют применять их в научном моделировании, моделировании технологических процессов и инженерных расчетах.

Ключевые слова:

Дифференциальные уравнения со специальными производными, численные методы, дискретизация, устойчивость, сходимость, метод конечных разностей, метод конечных элементов, итерационные алгоритмы, разреженные матрицы, параллельные вычисления, программное моделирование.

Zamonaviy ilmiy-texnik masalalarning aksariyati xususiy hosilali differensial tenglamalar orqali modellashtiriladi. Issiqlik almashinuvi, suyuqliklar dinamikasi, elastiklik nazariyasi, elektromagnit jarayonlar va boshqa ko'plab fizik hodisalar aynan shu turdagi tenglamalar bilan ifodalanadi. Real jarayonlar ko'p o'lchamli va murakkab bo'lganligi sababli analitik yechimlarni topish amaliy jihatdan qiyin yoki imkonsizdir. Shu bois sonli metodlar asosiy tadqiqot vositasiga aylanadi.

Tadqiqotning maqsadi — xususiy hosilali differensial tenglamalarni sonli yechish uchun nazariy jihatdan asoslangan va amaliy samaradorligi yuqori bo'lgan algoritmlar ishlab chiqish hamda ularni dasturiy shaklga keltirishdir. Bu jarayonda differensial operatorni diskret modelga o'tkazishning matematik asoslari chuqur tahlil qilinadi. Diskretlashtirish natijasida hosil bo'ladigan algebraik tenglamalar sistemasining strukturaviy xususiyatlari, xususan siyraklik va spektral xossalari hisobga olinadi.

Tadqiqot davomida chekli ayirmalar va chekli elementlar asosidagi yondashuvlar taqqoslab o'rganiladi. Diskret sxemaning konsistentligi, barqarorligi va yaqinlashuvi nazariy jihatdan asoslanadi. Katta o'lchamli sistemalarni

yechishda iteratsion usullardan foydalanishning samaradorligi tahlil qilinadi hamda hisoblash jarayonini tezlashtirish maqsadida parallel algoritmlar qo'llaniladi.

Metodologiya matematik modellashtirish, sonli tahlil va dasturiy realizatsiyani o'z ichiga oladi. Hisoblash eksperimenti orqali taklif etilgan algoritmlarning aniqligi va samaradorligi baholanadi. Turli to'r zichliklari va chegaraviy shartlar uchun xatolik dinamikasi o'rganiladi.

Kutilayotgan natija sifatida xususiy hosilali differensial tenglamalarni yechish uchun optimallashtirilgan algoritmik yadro va modulli dasturiy ta'minot yaratiladi. Ushbu tizim murakkab muhandislik va ilmiy masalalarni yuqori aniqlikda modellashtirish imkonini beradi hamda kelgusida parallel va yuqori unumli hisoblash platformalariga moslashtirilishi mumkin.

Mazkur tadqiqot xususiy hosilali differensial tenglamalarni sonli yechishning nazariy va amaliy jihatlarini kompleks yondashuv asosida tahlil qilishga qaratildi. Diskretlashtirishning matematik asoslari, barqarorlik va yaqinlashuv shartlari chuqur o'rganilib, katta o'lchamli algebraik sistemalarni samarali yechishga xizmat qiluvchi algoritmik yechimlar taklif etildi. Hisoblash tajribalari natijalari ishlab chiqilgan yondashuvning aniqlik va samaradorlik ko'rsatkichlarini tasdiqlaydi.

Natijada yuqori aniqlik va hisoblash tejamkorligini ta'minlaydigan optimallashtirilgan algoritmik-dasturiy platforma shakllantirilib, u murakkab ilmiy va muhandislik masalalarini modellashtirishda qo'llash imkoniyatini yaratadi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Strikwerda, J. C. (2004). *Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations*. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM).
2. Quarteroni, A., Sacco, R., & Saleri, F. (2007). *Numerical Mathematics*. Springer.

3. Brenner, S. C., & Scott, L. R. (2008). *The Mathematical Theory of Finite Element Methods*. Springer.
4. Saad, Y. (2003). *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*. SIAM.
5. Hackbusch, W. (2016). *Iterative Solution of Large Sparse Systems of Equations*. Springer.
6. Trottenberg, U., Oosterlee, C. W., & Schuller, A. (2001). *Multigrid*. Academic Press.
7. LeVeque, R. J. (2007). *Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations: Steady-State and Time-Dependent Problems*. SIAM.
8. Trefethen, L. N. (2000). *Spectral Methods in MATLAB*. SIAM.
9. Smith, G. D. (1985). *Numerical Solution of Partial Differential Equations: Finite Difference Methods*. Oxford University Press.
10. Morton, K. W., & Mayers, D. F. (2005). *Numerical Solution of Partial Differential Equations: An Introduction*. Cambridge University Press.