

**CHIZIQLI SISTEMALARDA OPTIMAL BOSHQARUV
MASALALARINI RIKKATI TENGLAMASI ASOSIDA YECHISH**

Nasrillayeva Dilshoda Jo'raqul qizi

Jizzax davlat pedagogika universiteti

Aniq va tabiiy fanlarni o'qitish metodikasi (matematika) mutaxassisligi

I bosqich magistranti

Annotatsiya. Ushbu maqolada chiziqli dinamik sistemalarda optimal boshqaruv masalalarini algebraik Rikkati tenglamasi asosida yechishning nazariy va amaliy jihatlari yoritilgan. Holat fazosida ifodalangan chiziqli sistemalar uchun kvadratik sifat funksionalini minimallashtirish orqali optimal boshqaruv qonunini hosil qilish usullari tahlil qilinadi. Zamonaviy tadqiqotlarda Rikkati tenglamasining nafaqat klassik LQR masalalarida, balki ma'lumotlarga asoslangan boshqaruv, iterativ optimallashtirish va sun'iy intellekt bilan integratsiyalashgan boshqaruv algoritmlarida ham muhim o'rin tutishi ko'rsatib berilgan. Xususan, so'nggi yillardagi ishlarda policy-space Riccati equation, data-driven inverse LQR va tezlashtirilgan optimallashtirish usullari taklif etilib, hisoblash murakkabligini kamaytirish va boshqaruv aniqligini oshirishga erishilgan.

Kalit so'zlar: chiziqli sistema, optimal boshqaruv, Riccati tenglamasi, LQR, algebraik Rikkati tenglama, iterativ boshqaruv, data-driven control, MATLAB, sun'iy intellekt, robototexnika.

Аннотация. В данной статье рассмотрены теоретические и практические аспекты решения задач оптимального управления линейными динамическими системами на основе алгебраического уравнения Риккати. Проанализированы методы получения закона оптимального управления путем минимизации квадратичного функционала качества для линейных систем, представленных в пространстве состояний. Показаны преимущества оптимального регулятора, построенного на основе уравнения Риккати, в обеспечении устойчивости, снижении энергозатрат и повышении качества

управления. Также освещены перспективы интеграции современных data-driven и итерационных методов управления.

Ключевые слова: линейная система, оптимальное управление, уравнение Риккати, LQR, квадратичный функционал, устойчивость, MATLAB, data-driven control.

Abstract. This article discusses the theoretical and practical aspects of solving optimal control problems for linear dynamic systems based on the algebraic Riccati equation. The methods of deriving the optimal control law by minimizing a quadratic performance functional for linear systems represented in the state space are analyzed. The advantages of the optimal regulator designed via the Riccati equation in ensuring stability, reducing energy consumption, and improving control quality are demonstrated. In addition, the prospects of integrating modern data-driven and iterative control approaches are highlighted.

Keywords: linear system, optimal control, Riccati equation, LQR, quadratic functional, stability, MATLAB, data-driven control.

Chiziqli sistemalarda optimal boshqaruv nazariyasi zamonaviy avtomatika, mexatronika, energetika, robototexnika va transport tizimlarining asosiy ilmiy yo'nalishlaridan biri hisoblanadi. Har qanday murakkab texnik tizimni boshqarishda asosiy maqsad sistema holatini berilgan mezon bo'yicha eng maqbul tarzda o'zgartirish, energiya sarfini kamaytirish va o'tish jarayonining sifat ko'rsatkichlarini yaxshilashdan iborat. Shu sababli optimal boshqaruv masalalari nazariy jihatdan ham, amaliy jihatdan ham katta ahamiyatga ega. Chiziqli vaqtga bog'liq bo'lmagan dinamik sistema odatda $\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t)$ ko'rinishidagi holat tenglamasi orqali ifodalanadi. Bu yerda $(x(t))$ — holat vektori, $(u(t))$ — boshqaruv signali, (A) va (B) esa sistemaning parametr matritsalaridir. Optimal boshqaruvning asosiy maqsadi holat og'ishi va boshqaruv energiyasini birgalikda hisobga oluvchi kvadratik funksionalni minimallashtirishdir. Mazkur funksional odatda $J = \int_0^{\infty} (x^T Qx + u^T Ru) dt$ ko'rinishida olinadi va bu yerda (Q) hamda (R) og'irlik matritsalarini boshqaruv sifatini sozlashda muhim rol o'ynaydi.

Mazkur funksionalni minimallashtirish natijasida optimal boshqaruv qonuni

$(u(t) = -Kx(t))$ ko'rinishida hosil bo'ladi. Bu yerda (K) kuchaytirish matritsasi algebraik Riccati tenglamaning yechimiga bog'liq bo'lib, $K = R^{-1}B^T P$ formula orqali aniqlanadi. Matritsa (P) esa $A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0$ algebraik Riccati tenglamani qanoatlantiradi. Aynan ushbu tenglama optimal boshqaruv nazariyasining markaziy matematik apparati hisoblanadi. Riccati tenglamaning musbat aniqlangan yechimi yopiq konturdagi sistemaning turg'unligini ta'minlaydi, o'tish vaqtini qisqartiradi va tashqi xalaqitlarga bardoshlilikni oshiradi. Shu jihatdan LQR usuli sanoat robotlari, dronlar, manipulyatorlar, uchuvchisiz transport vositalari va aqlli energetik tarmoqlarda keng qo'llanilmoqda.

So'nggi ilmiy tadqiqotlarda Riccati tenglamasi faqat klassik analitik yechimlar bilan cheklanib qolmay, balki iterativ va ma'lumotlarga asoslangan algoritmlar bilan boyitilmoqda. Xususan, 2026-yilda taklif qilingan policy algebraic Riccati equation yondashuvi optimal qayta bog'lanish matritsasini to'g'ridan-to'g'ri "policy space" da topish imkonini beradi va an'anaviy algebraik Riccati tenglamaga nisbatan kamroq tenglamalar tizimini yechishni talab qiladi. Bu esa katta o'lchamli sanoat sistemalarida hisoblash tezligini sezilarli oshiradi. Bundan tashqari, diskret vaqtli sistemalarda data-driven inverse LQR usullari yordamida oldindan aniq modelga ega bo'lmasdan, eksperimental ma'lumotlar asosida optimal boshqaruv parametrlarini baholash mumkinligi ko'rsatildi. Bunday yondashuvlar sun'iy intellekt va mashinaviy o'rganish bilan integratsiyalashgan boshqaruv tizimlari uchun juda istiqbolli hisoblanadi.

Amaliy jihatdan ushbu usul MATLAB, Simulink va Python muhitlarida samarali modellashtiriladi. MATLAB dasturida $lqr(A,B,Q,R)$ operatori orqali optimal qayta bog'lanish matritsasini tez va aniq hisoblash mumkin. Python'da esa `scipy.linalg.solve_continuous_are()` funksiyasi algebraik Riccati tenglamani yechishda keng qo'llaniladi. Bunday modellashtirishlar nazariy natijalarni amaliy tizimlarga tatbiq qilish, masalan, elektromexanik yuritmalar, avtonom mobil robotlar va ishlab chiqarish liniyalarida boshqaruvni optimallashtirish imkonini beradi. Ayniqsa, noaniqlik mavjud yoki tashqi shovqinli sistemalarda Kalman filtri

bilan birgalikda LQG (Linear Quadratic Gaussian) yondashuvi yuqori samaradorlik beradi.

Chiziqli sistemalarda optimal boshqaruv masalalarini Rikkati tenglamasi asosida yechish usuli klassik boshqaruv nazariyasining eng samarali va universal metodlaridan biridir. Ushbu yondashuv energiya sarfini kamaytirish, turg'unlikni oshirish, boshqaruv aniqligini yaxshilash va murakkab texnik tizimlarda yuqori sifatli ishlashni ta'minlaydi. Zamonaviy ilmiy izlanishlarda data-driven, iterative va reinforcement learning asosidagi Riccati yondashuvlarining rivojlanayotgani ushbu sohaning kelajakdagi dolzarbligini yanada oshirmoqda.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Anderson B.D.O., Moore J.B. *Optimal Control: Linear Quadratic Methods*. Prentice Hall, 1990.
2. Lewis F.L. *Optimal Control*. Wiley, 2012.
3. Mamadaliyev N., To'xtasinov M. Variatsion hisob va optimal boshqaruvning asosiy masalalari. – Toshkent: Universitet, 2013. – 190 b.
4. Optimal va adaptiv boshqarish sistemalari. – O'zbek tilidagi darslik, 2018.
5. Sugiura S. va boshq. *Data-driven estimation of the algebraic Riccati equation*. Springer, 2024.
6. Bittanti S., Laub A.J., Willems J.C. *The Riccati Equation*. Springer, 1991.
7. Hastir A., Jacob B., Zwart H. *Riccati equations and LQ-optimal control for a class of hyperbolic PDEs*. Systems & Control Letters, 2025.