TABIATNING SEVIMLI SONI (OLTIN SON VA UNING SIRLI JOZIBASI)

Raxmatova Maral Shuxrat qizi
Termiz davlat universiteti
Matematika yo'nalish 1-kurs talabasi

Annotatsiya: ushbu maqolada oltin son (1.618…)ning matematik xususiyatlari va uning tabiatdagi, san'atdagi hamda muhandislikdagi muhim roli tahlil qilinadi. Shuningdek maqolada ushbu nisbatning estetika, me'morchilik va dizayndagi ahamiyati hamda uning ilmiy va falsafiy jihatlari muhokama qilinadi. Oltin sonning universal tamoyillarga asoslanganligi sababli, u tabiat va san'atdagi go'zallikning fundamental qonunlaridan biri sifatida qaraladi.Fibonachi sonlarning umumiy ketma-ketlik formulasi hamda oltin kesim shaklidan oltin sonni keltirib chiqarish qoidasini keltirib chiqarish qaraladi.Va shunga doir masalani qarab chiqamiz.

Tayanch so'z va iboralar: oltin son, oltin nisbat, tabiatdagi oltin nisbatlar, oltin spiral, Leonardo Bizano, Fibonachchi ketma-ketligi, san'at va me'morchilikda oltin nisbat tushunchasi.Oltin uchburchak.

Kirish: tabiat mo'jizasi juda e'tiborga loyiq hodisa. Shuningdek tabiat va fan uzviy bog'liq hisoblanadi. Oltin qoida matematik sonlar ketma-ketligi bilan bog'lik bo'lgan shunday bir munosabatki, sizni o'rab turgan olamdagi deyarli har bir yaratilmishda bu qoidani ko'rish mumkin. Fibonachchi ketma-ketligini Italyan matematigi Fibonachchi taxallusiga ega bo'lgan Leonardo Bizano ilk bor kashf etgan va fanga kiritgan. Shu sababli bu sonlar ketma-ketligi **"Fibonachchi sonlari"** deb ataladi. Ketma ketlikda har bir son o'zidan oldingi ikki son yig'indisiga teng: 0;1;1;2;3;5;8;13;21;34;55;........

$$a_n=a_{n-1}+a_{n-2}$$

Bugungi kunda Fibonachchi nomi bilan ataladigan sonlar qatori Fibonachchi 1202-yilda yozgan "Liber Abacci" kitobidagi quyonlar haqidagi masaladan kelib chiqqan: Bir odam hamma tomoni devor bilan o'ralgan yo'lakka bir juft quyonni joylashtirdi. Agar ikkinchi oydan boshlab har oy har bir juft quyon yana bir juft quyonni dunyoga keltirishi ma'lum bo'lsa, bir yildan keyin necha juft quyon dunyo yuzini ko'radi? Ishonch hosil qilishingiz mumkinki, kelasi 12 oyning har birida juftlar quydagiga mos ravishda bo'ladi: 0;1;1;2;3;5;8;13;21;34;55;......Boshqacha qilib aytganda, quyonlar jufti keyingi hadi oldingi ikkitasining yig'indisi sifatida bo'ladigan qatorni hosil qiladi.

$$a_n=a_{n-1}+a_{n-2}$$

Umuman olganda bu ketma-ketlikda yana bir ajoyib qonuniyat bor. 5 raqamidan boshlab istalgan sonni o'zidan oldingi songa bo'lsak ajoyib voqea guvohi bo'lamiz:

5:3=1.666..

8:5=1.6

13:8=1.625

21:13=1.615...

....

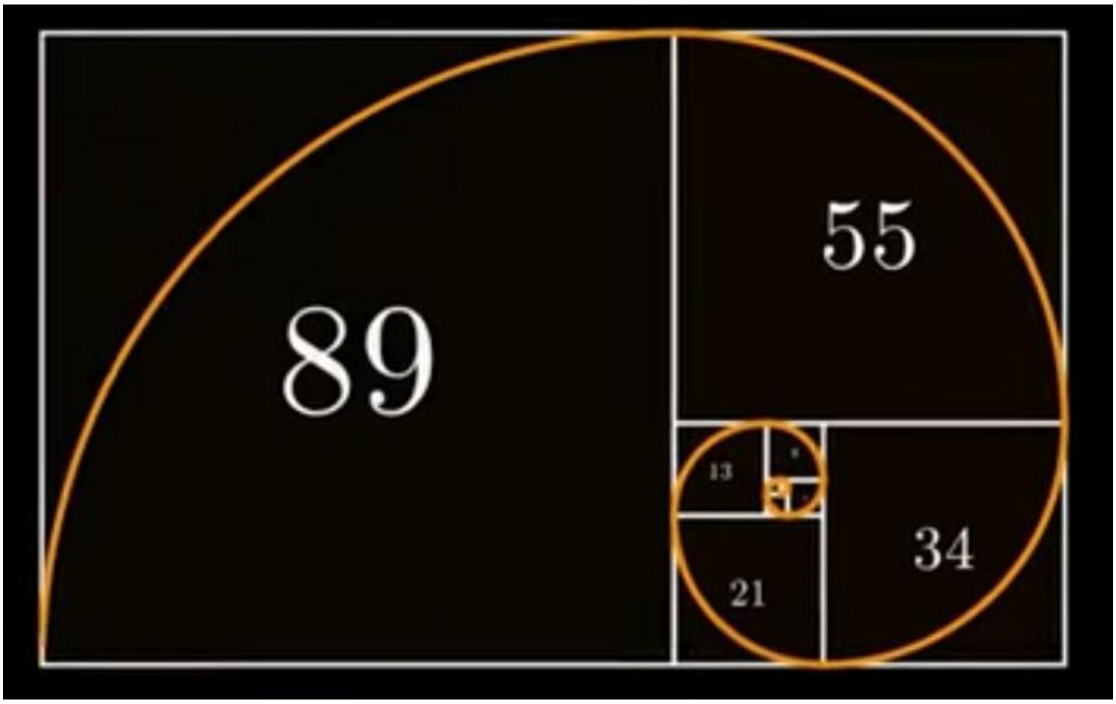
ularning taqribiy qiymati 1.6 ga teng. 89 dan boshlab esa natijalarning hammasi 1.618 ga teng bo'ladi:

89:55=1.618

144:89=1.6179..

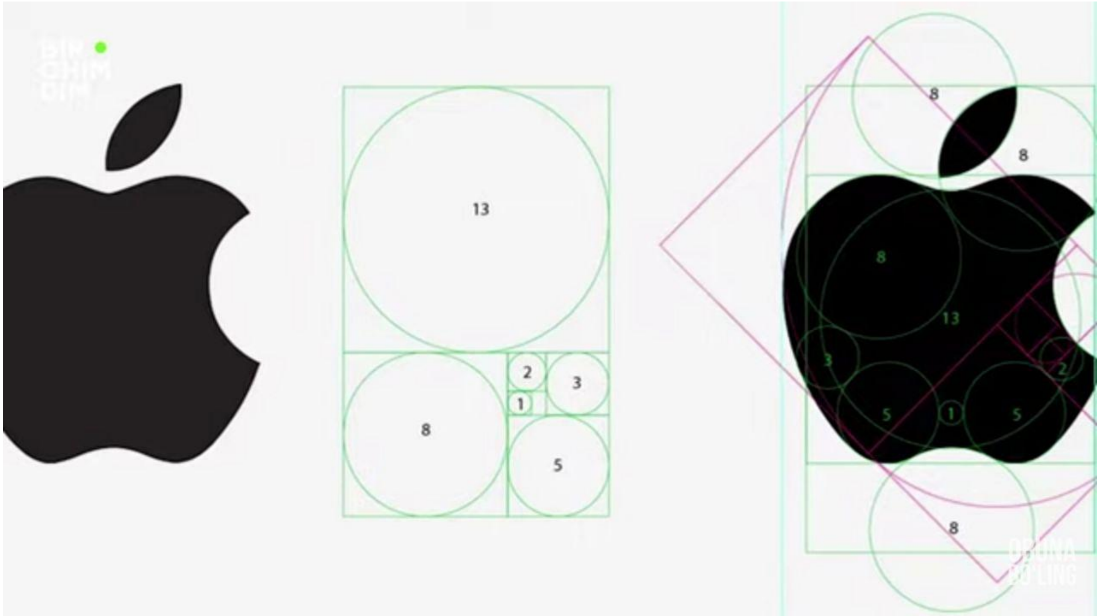
233:144=1.61805..

1.618 soni esa **Oltin son** deya nom olgan. Bu sonning chizmasini ham ko‘rishimiz mumkin. Bunda kvadratning tomoni sonlar ketma – ketligi bilan bir xil bo‘lishi kerak. Bu kvadratlarni aylantirib terib chiqqanimizda ajoyib shaklni ko‘ramiz. Bu shaklda kvadratlarning mos burchaklarini tutashtirib spiral chizib olamiz. Natijada esa **Oltin spiral**ga ko‘zimiz tushadi.

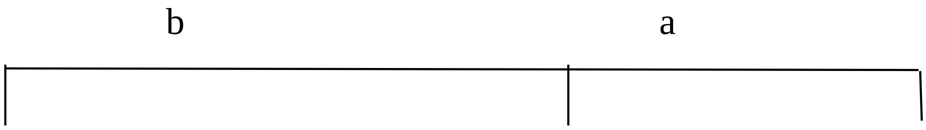


1-rasm

Oltin kesim orqali turli rasmlarni yanada go‘zalroq qilish mumkin. Veb dizaynerlar ham oltin taqsimot orqali yuqori natijalarga erishishi mumkin. Twitter, apple kabi mashhur brendlar o‘z logotipini ishlab chiqarishda aynan shu taqsimotdan foydalanishgan.



2-rasm



Oltin nisbatni tasavvur qilishning eng oson usuli – shunday kesmani ko‘z oldiga keltirish keraki, uni ikki qismga shunday tarzda bo‘linadiki (b>a), bunda kesmaning to‘liq uzunligining uning katta bo‘lagiga nisbati, ushbu katta bo‘lakning kichik bo‘lakka nisbatiga teng bo‘ladi. Ya’ni buni (a+b)/b=b/a ifoda orqali bayon qilish mumkin.

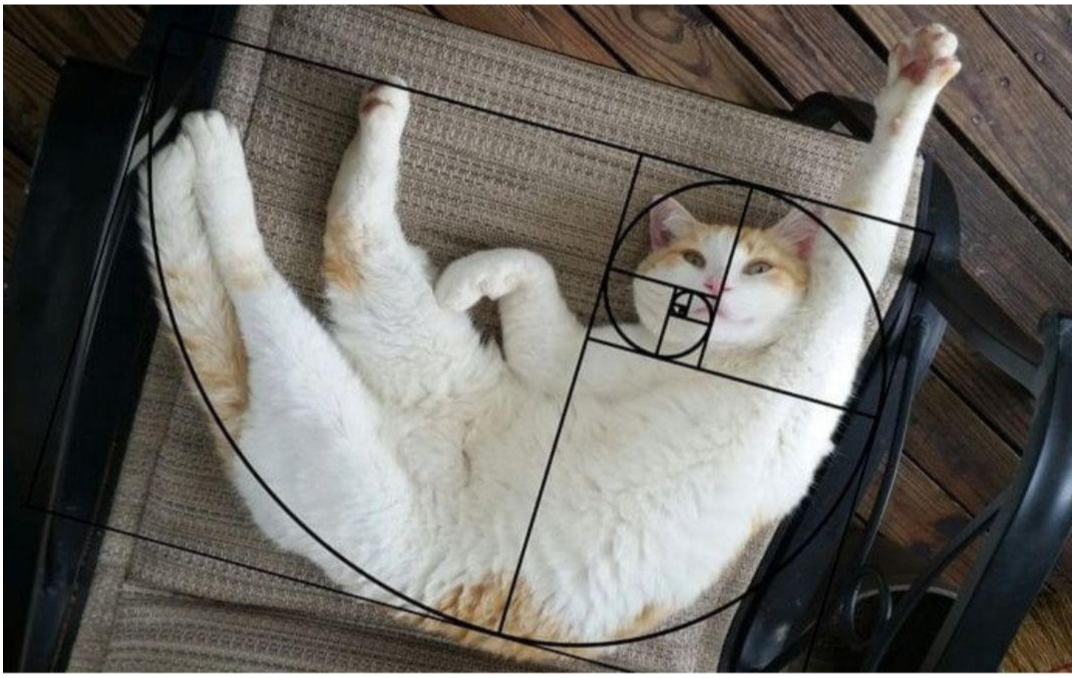
Ushbu tenglikga quydagicha belgilash kiritib olamiz:$\Phi=\frac{b}{a}\cdot$

$\frac{1}{\Phi}+1=\Phi$ Buni soddalashtirsak quydagi kvadrat tenglamaga kelamiz va uning yechimini topamiz: $\Phi^2-\Phi-1=0$

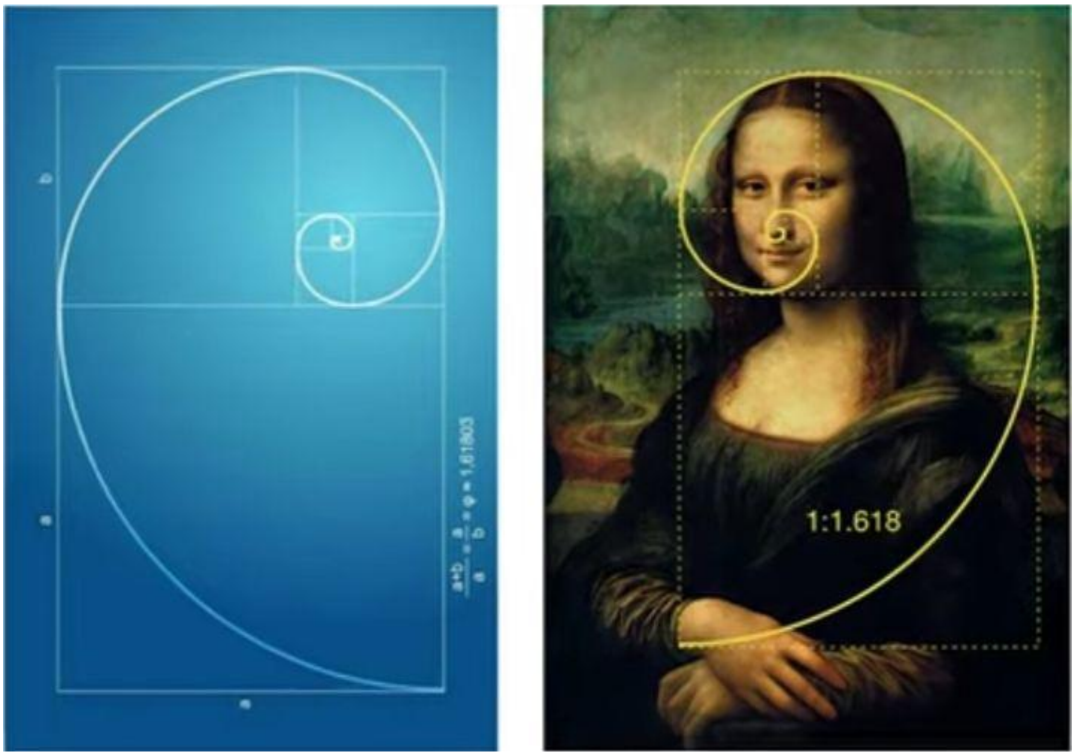
$$\Phi=\frac{\sqrt{5}+1}{2}\approx 1.618$$

$$\phi=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\approx 0.618$$

Ko’rinib turibdiki b ning a ga nisbati Φ=1.618.. bo’ldi.Nisbat doim 1.61803.. qiymatiga teng chiqadi. Demak hayotimizda ko‘plab narsalarning ushbu songa bog‘liq ekanligini ko‘rishimiz mumkin. Shuningdek biz bu sonni **tabiatning sevimli soni** deya nomlay olamiz. Chunki guvohi bo‘lganimiz kabi tabiatdagi mutanosibliklar shu songa teng bo‘lib kelmoqda. Yuqorida keltitilgan barcha ma’lumotlar Fibonachchi sonlari va uning oltin nisbat bilan bog‘liqligini yaqqol namoyondasi bo‘ladi. Fibonachi sonlari hatto Leonardo Da Vinchining mashhur “Vitruviyan odam” nomli chizmasida ham aks etgan. Kungaboqar urug‘lari markazga qarab o‘sishi, DNK spirali harakatlanishi, Parfenon qurulishi va hattoki dunyodagi eng mashhur rasm- Leonardo Da Vinchining “Jokonda” (Mona Liza) chizilishida ham Fibonachchi sonlarining asosiy prinsiplaridan foydalanilgan. Shu o‘rinda juda qiziqarli ma’lumotni ham keltirib o‘tsak bo‘ladi. Barchamiz sevgan mushuklar ham “Oltin nisbat” tamoyiliga amal qilishadi.



3-rasm



4-rasm

5-rasm

Fibonachchi sonlarning rekurent munosabatidan,ketma-ket kelgan fibonachi sonlarning nisbati oltin nisbatga teng bo'lishining guvohi bo'lishimiz mumkin:

$$F_{n+1}=F_n+F_{n-1}$$

Bu tenglikning ikkala tomonini F_n ga bo'lib yuborib quydagi tenglikga ega bo'lamiz:

$$\frac{F_{n+1}}{Fn}=1+\frac{F_{n-1}}{Fn}$$

Ikkita ketma-ket fibonachi Fibonachchi sonning nisbati $n \to \infty$ kabi yaqinlashadi deb faraz qilamiz.U holda natijaning limiti oltin songa yaqinlashishini ko'rishimiz mumkin: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{F_{n+1}}{F_n} = \Phi$

Tabiat ham bevosita matematika bilan bog'liq bo'ladi. Buning isbotini turli mehnatlar samarasida ko'rish mumkin. Shu bilan birga tabiatdagi shunga o'xshash qonuniyatlar va uning kelib chiqish tamoyillari juda ko'p izlanishlarni talab etadi.

Zeroki tabiat fan bilan uzviy bog'liq ekan, biz hali anglab yetmagan bir qancha shu kabi qonuniyatlar ham mavjud albatta**.**

Masala $\sin 18^0+\sin 234^0$ ni hisoblang.

Yechish: $\sin 18^0+\sin 234^0 = sin(90^0-72^0)+\sin(270^0-36^0) = cos72^0 - -cos36^0$ Buni hisoblash uchun oltin uchburchakdan foydalanamiz:

Ikkita asosdagi burchaklari 72^0,uchidagi burchagi esa 36^0bo'lgan uchburchak **oltin uchburchak** deyiladi.Agar biz shu uchburchakning asosdagi burchaklarining biridan bissektrissa o'tkazsak,bissektrissa xossasiga ko'ra ikkita teng yonli o'xshash uchburchaklarni ko'rish mumkin.Va bundan quydagi tenglikga ega bo'lamiz(bunda b yon tomon,esa uchburchakning asosi):

$$\frac{b}{a+b}=\frac{a}{b}$$

Hosil bo'lgan kvadrat tenglamani yechsak $a = b\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ va $a = b\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ yechimlarga ega bo'lamiz.

Dastlab berilgan uchburchakning yuqori uchidan asosga balandlik o'tkazib,hosil bo'lgan to'g'ri burchakli uchburchakdan $\cos 72^0$ning qiymatini va undan $\cos 36^o$ning qiymatini topa olamiz:

$\cos 72^0 = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

$\cos 36^0 = \sqrt{\frac{1+cos72^0}{2}}=\frac{\sqrt{5}+1}{4}$.Bzga kerak bo'lgan qiymatlarni topdik.Endi yuqoridagi ifodani hisoblaymiz:

$\sin 18^0+\sin 234^0 = sin(90^0 - 72^0) + \sin(270^0 - 36^0) = cos72^0 -$
$-cos36^0=\frac{\sqrt{5}-1}{4}-\frac{\sqrt{5}+1}{4}.=-\frac{1}{2}$

Javob: .$-\frac{1}{2}$

Biz berilgan trigonometrik ifodani hisoblash uchun bevosita oltin uchburchak va oltin kesim tushunchasidan foydalandik.Biz bu usul bilan tomonlari berilgan oltin uchburchakning yuzini ham hisoblay olamiz.Nafaqat oltin uchburchak,balki ixtiyoriy uchburchakda burchaklardan biri 36^0yoki 72^0 bo'lgan uchburchakning yuzasini ham hisoblashimiz mumkin.

Adabiyotlar ro'yxati:

1. Fibonacci Numbers and the Golden Ratio Jeffrey R. Chasnov 3-8 betlar
2. A'zamov A. va boshqalar. Geometriya. 9-sinf darsligi. 2007 yil.
3. https://orbita.uz/index.php?option=com_content&view=article&id=992:oltin-nisbat&catid=70:qiziqarli-matematika&Itemid=53
4. https://janobmusayev.medium.com/fibonachchi-sonlari-va-u-haqida-qiziqarli-faktlar-47000a80264d
5. https://sinaps.uz/maqola/2678/
6. https://sinaps.uz/maqola/17550/