TO'PLAMLAR NAZARIYASINING ASOSIY TUSHUNCHALARI VA AMALLARI

Qurbonov Shuhrat Zarifovich

QDTU Shahrisabz oziq-ovqat muhandisligi fakulteti mustaqil izlanuvchisi

Misirova Sojida Azamatovna

misirovasojida01@gmail.com

QDTU Shahrisabz oziq-ovqat muhandisligi fakulteti 1-kurs talabasi

Annotatsiya. *Ushbu maqolada to'plamlar nazariyasining asosiy tushunchalari, turlari hamda ular ustida bajariladigan amallar haqida ilmiy tahlil keltiriladi. To'plam tushunchasi matematikaning markaziy elementlaridan biri bo‘lib, uning elementlari va turli turdagi to'plamlar, masalan, chekli, cheksiz va bo‘sh to'plamlar, shuningdek, to'plamlar ustidagi birlashma, kesishma, ayirma va simmetrik ayirma kabi amallar tahlil qilinadi. Maqola nazariy asoslarni misollar bilan mustahkamlab, matematikaning boshqa sohalarida qo‘llanilish imkoniyatlarini ko‘rsatadi.*

Kalit so‘zlar. *To'plam, element, birlashma, kesishma, ayirma, simmetrik ayirma, chekli to'plam, cheksiz to'plam, bo'sh to'plam, mantiqiy iboralar, o’zaro bir qiymatli moslik, ekvivalent, sanoqli to’plam, sanoqsiz to’plam.*

Kirish.

To'plam — matematikaning asosiy tushunchalaridan biri bo‘lib, u ta’riflanmaydigan, faqat misollar orqali tushuntiriladigan tushuncha sifatida qabul qilinadi. Masalan, auditoriyadagi talabalar to'plami, to‘g‘ri chiziqdagi nuqtalar to'plami, kitobdagi ma’lum betdagi so‘zlar to'plami, alifbodagi harflar to'plami va boshqa shunga o‘xshash ko‘plab real obyektlar to‘plam sifatida qaraladi. To‘plamni tashkil qiluvchi har bir obyekt uning elementi deb ataladi va odatda katta lotin harflari bilan (A, B, C, ...) to‘plam, kichik harflar bilan (a, b, c, ...) esa elementlar belgilanadi.

Asosiy qism.

To’plam-matematikaning asosiy tushunchilardan biri bo’lib, aniq belgilanadigan va o’zaro farqlanadigan elementlardir.[1]

To’plamlar nazariyasining asoslariga nemis matematigi Georg Kantor tomonidan asos solingan.

To'plamlarning asosiy xossalari va turlari

To'plam elementlari soni va ularning tartiblanishi o‘zaro farq qilmasligi — to'plamlarning hajmlilik aksiomasiga asoslanadi.

To'plamlar ikki asosiy usul bilan beriladi:

1.Elementlarning ro‘yxati orqali (masalan, A = {qizil, sariq, yashil}).

2.Xarakteristik xossa orqali (masalan, A = {svetofor ranglari to‘plami}).[2]

Elementlar soniga qarab to'plamlar:

1.Chekli to‘plamlar (elementlari soni chegaralangan). Masalan, auditoriyadagi talabalar to'plami.

2.Cheksiz to‘plamlar (elementlari soni chegaralanmagan). Masalan, barcha natural sonlar to'plami.

3.Bo‘sh to‘plamlar (elementsiz to‘plamlar). Bo‘sh to‘plam {∅} belgisi bilan ifodalanadi.[3]

To’plamlar nazariyasida ko’plab uchraydigan mantiqiy iboralar quyidagilar:

$x \in X$ – x X to’plamning elementi;

$x \overline{\in} X$- x X to’plamning elementi emas;

$\forall x \in X$ – X to’plamga tegishli barcha x elementlar (uchun);

$\exists x \in X$ – X to’plamga tegishli kamida bitta x element mavjud;

Ushbu $\in, \notin, \forall, \exists$ belgilar mos ravishda tegishlilik, tegishli emaslik, umumiylik, mavjudlik kvantorlari deyiladi. Kvantor so’zi mantiqiy ibora ma’nosini bildiradi.

Matematikaning ko‘plab sohalarida sonli to'plamlar keng qo‘llaniladi:

N — barcha natural sonlar to‘plami,

Z — barcha butun sonlar to‘plami,

Q — barcha ratsional sonlar to‘plami,

R — barcha haqiqiy sonlar to‘plami,

C — barcha kompleks sonlar to‘plami.[4]

Matematikada, asosan, sonlar va turli sonli miqdorlar to’plami bilan ish ko’riladi. Shu sababli, elementlari sonlardan iborat bo’lgan to’plamlarni batafsil o’rganishga kirishamiz.

Agar A to’plam chekli sondagi elementlardan tashkil topgan bo’lsa “chekli to’plam”, aks holda “cheksiz to’plam” deyiladi. Masalan, A={2,4,6,8,10}- chekli to’plam, bir nuqtadan o’tuvchi to’g’ri chiziqlar to’plami- cheksiz to’plam.

Barcha 1,2,3, … ,n, … natural sonlardan iborat to’plam natural sonlar to’plami deyiladi va N harfi bilan belgilanadi: N={1,2,3, … ,n, …}

Barcha … -2,-1,0,1,2 … butun sonlardan iborat to’plam butun sonlar to’plami deyiladi va Z harfi bilan belgilanadi: Z={…,-2,-1,0,1,2,…}. Ravshanki, $N\subset Z$

Agar A to’plamning har bir a elemntiga B to’plamning bitta b elementi mos qo’yilgan bo’lib, bunda B to’plamning har bir elementi uchun A to’plamdan unga mos keladigan bittagina element bor bo’lsa, A va B to’plam elementlari orasida o’zaro bir qiymatli moslik o’rnatilgan deyiladi.

Misol A={3,4,5}, B={8,15,16} o’zaro bir qiymatli moslik $3\rightarrow 8$, $4\rightarrow 15$, $5\rightarrow 16$

Agar A va B to’plamlar orasida o’zaro bir qiymatli moslik o’rnatish mumkin bo’lsa, ular bir-biriga ekvivalent to’plamlar deyiladi va $A\sim B$ kabi belgilanadi.

Misol A={1,2,3,4,5}, B=$\{1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5}\}$ to’plamlar ekvivalent to’plam bo’ladi:

$1\Leftrightarrow 1$, $2\Leftrightarrow \frac{1}{2}$, $3\Leftrightarrow \frac{1}{3}$, $4\Leftrightarrow \frac{1}{4}$, $5\Leftrightarrow \frac{1}{5}$ o’zaro bir qiymatli moslik o’rnatish orqali A~B ekani kelib chiqadi.

Natural sonlar to'plami N ga ekvivalent bo'lgan har qanday to'plam sanoqli to'plam, aks holda, sanoqsiz to'plam deyiladi.

Misol A={2,4,6, … ,2n, …} B={1,3,5, … ,2n-1, …} C=$\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots\}$ to'plamlar sanoqlidir, chunki A~N (2n⇔n, n=1,2,3,…) B~N (2n-1⇔n, n=1,2,3,…) C~N ($\frac{1}{n}$ ⇔n, n=1,2,3,…)

To'plamlar ustidagi amallar

To'plamlar nazariyasida asosan quyidagi amallar bajariladi: birlashma, kesishma, ayirma va simmetrik ayirma.[5]

1.Birlashma (yig'indi) A va B to'plamlarining birlashmasi A∪B deb belgilanib, A yoki B to'plamlaridagi barcha elementlardan tashkil topgan to'plamdir. Masalan, A = {1, 2, 3, 4, 5}, B = {1, 3, 5, 7, 9} bo'lsa, A∪B = {1, 2, 3, 4, 5, 7, 9}.[6]

2.Kesishma (ko'paytma) A va B to'plamlarining kesishmasi A∩B deb belgilanib, faqat A va B to'plamlarida mavjud bo'lgan elementlardan tashkil topadi: Masalan, A = {1, 3, 5, 7, 9}, B = {4, 6, 7, 8, 9} bo'lsa, A∩B = {7, 9}.[7]

3.Ayirma A to'plamidan B to'plamiga tegishli bo'lmagan elementlardan tashkil topgan to'plam A\B deb belgilanadi: Masalan, A = {1, 2, 3, 4}, B = {1, 2} bo'lsa, A\B = {3, 4}. A = {1, 2, 5}, B = {3, 4} bo'lsa, A\B = {1, 2, 5}. A = {1, 2}, B = {1, 2, 3} bo'lsa, A\B = ∅ (bo'sh to'plam).[8]

4.Simmetrik ayirma A va B to'plamlarining simmetrik ayirmasi AΔB yoki (A⊕B) deb belgilanadi va u A\B va B\A to'plamlarining birlashmasidan iborat: Masalan, A = {1, 3, 5, 7, 9}, B = {4, 6, 7, 8, 9} bo'lsa, AΔB = {1, 3, 4, 5, 6, 8}.[8]

To'plamlar ustidagi amallarning xossalari

To'plamlar ustidagi amallar matematikada mavjud sonlar operatsiyalariga o'xshash xossalarga ega:

Birlashma kommutativ: A∪B = B∪A.

Kesishma kommutativ: A∩B = B∩A.

Birlashma assotsiativ: $(A\cup B)\cup C = A\cup(B\cup C)$.

Kesishma distributiv: $(A\cup B)\cap C = (A\cap C)\cup(B\cap C)$.

Lekin ayrim xossalar barcha holatlarda to‘g‘ri emas, masalan,

$(A\cup B) \cap (B\cup C)\neq(C\cap B) \cup A$.[8]

Faraz qilaylik, $E=\{x\}$ biror haqiqiy sonlar to’plami bo’lsin. Agar $\exists M=$ const, $\forall x\in E$ uchun $x\leq M$ tengsizlik bajarilsa, E to’plam yuqoridan chegaralangan to’plam deyiladi, M son esa E to’plamning yuqori chegarasi deyiladi.Masalan $E=[0,1]$ bo’lsin. Bu to’plamning har bir elementi 1 dan katta emas. Demak, $E=[0,1]$ to’plam yuqoridan chegaralangan. Agar to’plam yuqoridan chegaralangan bo’lsa, uning yuqori chegaralari cheksiz ko’p bo’ladi. Masalan, $E=[0,1]$ to’plam uchun 1 va undan katta har bir haqiqiy son uning yuqori chegarasidir.

Yuqoridan chegaralangan $E=\{x\}$ to’plamning yuqori chegaralarining eng kichigi E ning aniq yuqori chegarasi deyiladi va sup E kabi belgilanadi.

Masalan, $E=[0,1]$ to’plam uchun $\sup E=1$

Agar shunday $\exists m=$const, $\forall x\in E$ uchun $x\geq m$ tengsizlik bajarilsa, E to’plam quyidan chegaralangan deyiladi, m son esa E to’plamning quyi chegarasi deyiladi

Masalan, $E=(0,2)$ to’plamning har bir elementi 0 dan katta, demak E quyidan chegaralangan. Agar to’plam quyidan chegaralangan bo’lsa, u cheksiz ko’p quyi chegaralarga ega bo’ladi. Masalan, $E=(0,2)$ to’plam uchun 0 va undan kichik har bir haqiqiy son uning quyi chegarasi bo’ladi.

Quyidan chegaralangan $E=\{x\}$ to’plamning quyi chegaralarining eng kattasiga E ning aniq quyi chegarasi deyiladi va inf E kabi belgilanadi.

Masalan, $E=(0,2)$ to’plamning aniq quyi chegarasi $\inf E=0$

Xulosa.

To‘plamlar nazariyasining asosiy tushunchalari va amallari matematikani chuqurroq anglash uchun muhim poydevor hisoblanadi. Birlashma, kesishma, ayirma va simmetrik ayirma kabi amallar nafaqat nazariyada, balki amaliy hayotdagi murakkab muammolarni hal qilishda ham keng qo‘llaniladi. Shunga qaramay, to‘plamlar ustidagi ba’zi xossalar sonlar operatsiyalaridagi kabi oson va aniq emas, bu esa yanada ehtiyotkorlik va chuqur tahlil talab qiladi. To‘plamlar nazariyasining mohiyatini puxta anglash ilmiy izlanishlarda va kundalik hayotda yuzaga keladigan ko‘plab vazifalarni samarali hal qilishda yo‘l ko‘rsatadi. Shu bois, to‘plamlarni va ularning amallarini yanada chuqurroq o‘rganish, ularga nisbatan sezgirlikni oshirish har bir matematik va mutaxassis uchun zarur.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1.Halmos, P. R. (1960). Naive Set Theory. Springer. DOI: 10.1007/978-1-4612-8534-0

2.Enderton, H. B. (1977). Elements of Set Theory. Academic Press. DOI: 10.1016/B978-0-12-238440-6.50006-7

3.Jech, T. (2003). Set Theory: The Third Millennium Edition. Springer. DOI: 10.1007/978-3-642-55451-2

4.Suppes, P. (1972). Axiomatic Set Theory. Dover Publications. DOI: 10.1007/978-94-010-1819-0

5.Kuratowski, K., & Mostowski, A. (1968). Set Theory with Applications. Elsevier. DOI: 10.1016/B978-0-12-434050-0.50001-5

6. Sh.Z. Kurbanov (2023) STEAM EDUCATIONAL PROGRAMS IN IMPLEMENTATION OF INDEPENDENT EDUCATION OF STUDENTS IN THE MODULE CREDIT SYSTEM //American Journal of Technology and Applied Sciences Volume 10, March, 2023, 7-10.

7. STEAM ЁНДАШУВИ АНИҚ ФАНЛАР ТАЪЛИМИНИНГ АМАЛИЙ ҲАЁТДА ҚЎЛЛАНИШИНИ ТАЪМИНЛОВЧИ ТАЪЛИМ}, volume={2}, url={https://scholar-journal.org/index.php/s/article/view/71}

8. Primov T.I., Qurbonov S.Z. Matematik modellarni tuzishda variatsion tamoillar. “Academic Research in Educational Sciences”. 2021, Volume 2, Issue